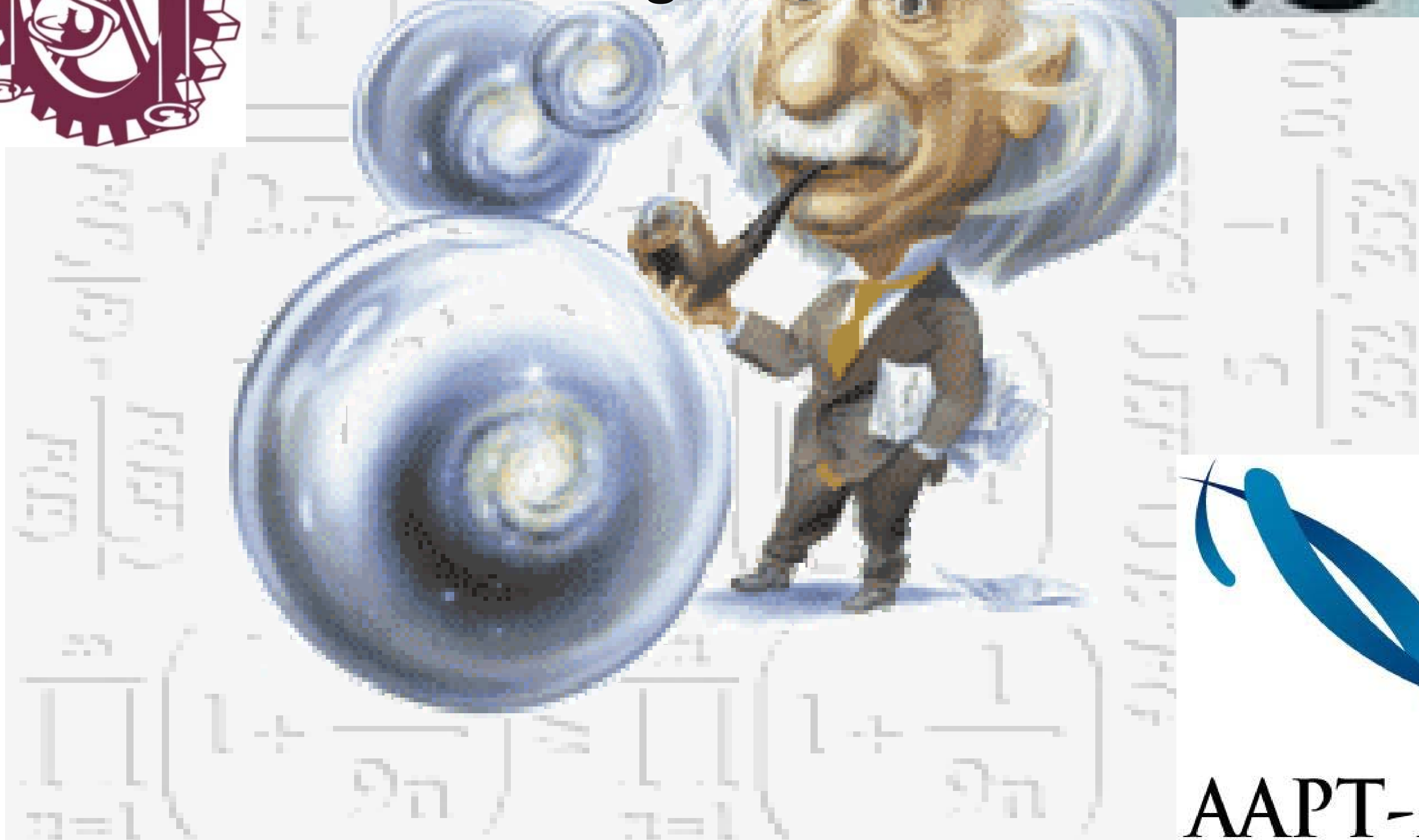
El origen y evolución del Universo: descubrimiento de la energía oscura



AAPT-MX

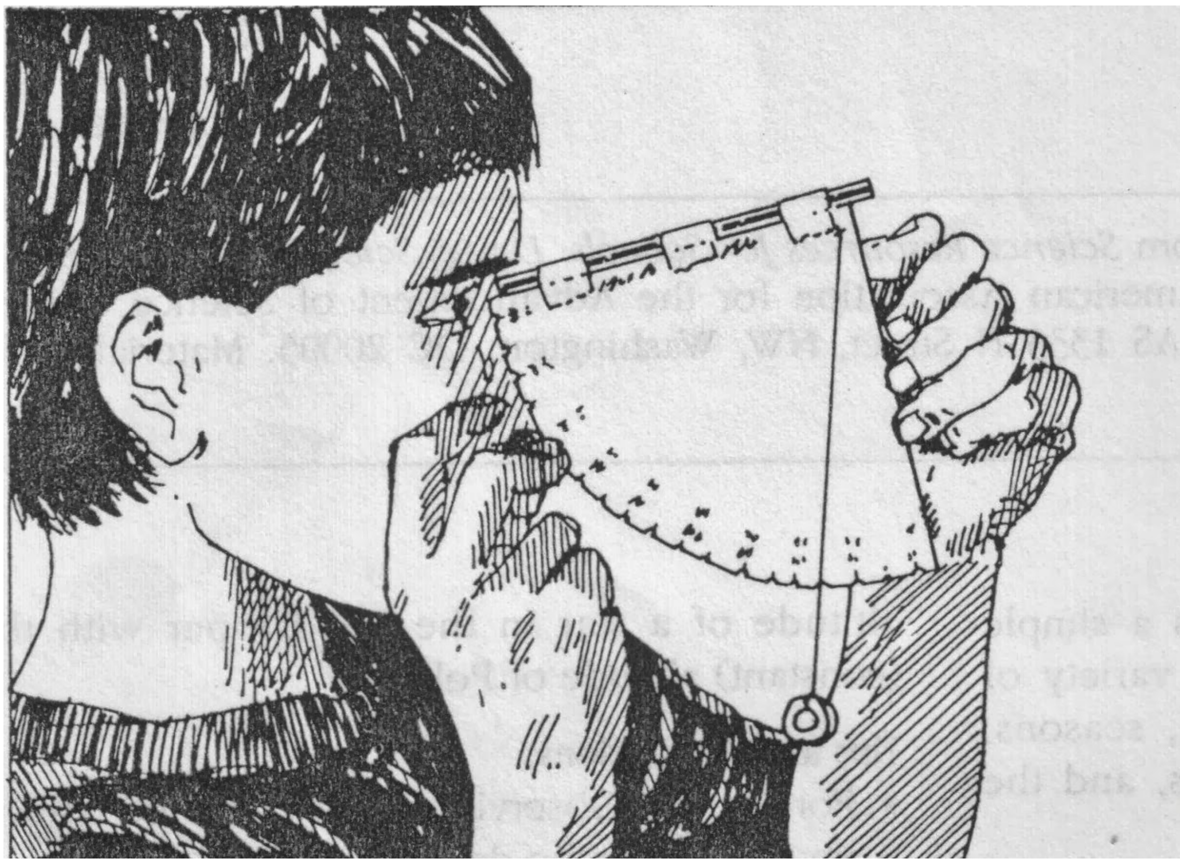
Ejemplo de construcción de modelos

Tycho Brahe (1546-1601)

Johannes Kepler 1571-1630

Observatorio de Tycho Brahe

Astrolabio



Movimiento de planetas

Experimento 1

13. Retroceso

Objetivo Demostrar el aparente movimiento de retroceso de Marte.

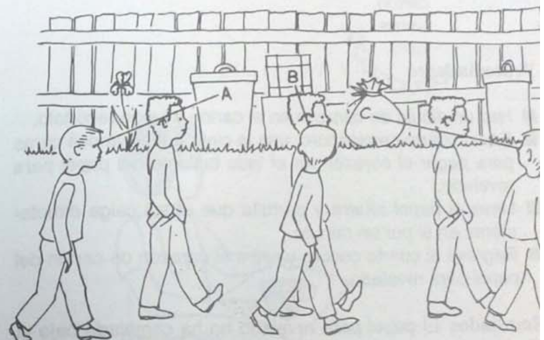
Materiales *ayudante*

Procedimiento

- Esta es una actividad para exteriores.
- Pide a un ayudante que se pare frente a ti y que camine lentamente hacia adelante.
- Mira sobre la cabeza de tu ayudante y observa cómo se encuentran colocados respecto a su posición los objetos de fondo.
- Empieza a caminar hacia tu ayudante más rápido que él o ella.
- Continúa mirando los objetos de fondo que se encuentran detrás de la cabeza de tu ayudante.
- Detente y pide a tu ayudante que se detenga cuando te encuentres aproximadamente a 5 m (5 yardas) delante de él o ella.

Resultados Al principio tienes que mirar hacia adelante para observar los objetos que se encuentran detrás de tu ayudante, pero al ir adelantándote necesitas voltear hacia atrás para verlo a él y a los objetos que se encuentren más allá de él o ella.

¿Por qué? Tu ayudante no está caminando hacia atrás, simplemente lo estás mirando desde otra posición. Cuando los astrónomos empezaron a observar a Marte creían que el planeta se movía hacia adelante, se detenía y empezaba a retroceder antes de detenerse nuevamente y empezar a moverse hacia adelante otra vez. En realidad, el planeta se mueve continuamente hacia adelante en su órbita alrededor del Sol, mientras que la Tierra gira alrededor del Sol en la mitad del tiempo que le toma a Marte hacer este viaje. La Tierra se mueve adelante de Marte la mayor parte del tiempo, lo que permite apreciar, aparentemente, que Marte se está moviendo hacia atrás. Marte parece moverse hacia adelante cuando la Tierra gira en su órbita y se acerca a Marte por detrás. Este cambio aparente en la dirección de Marte es llamado movimiento de retroceso o retrógrado.



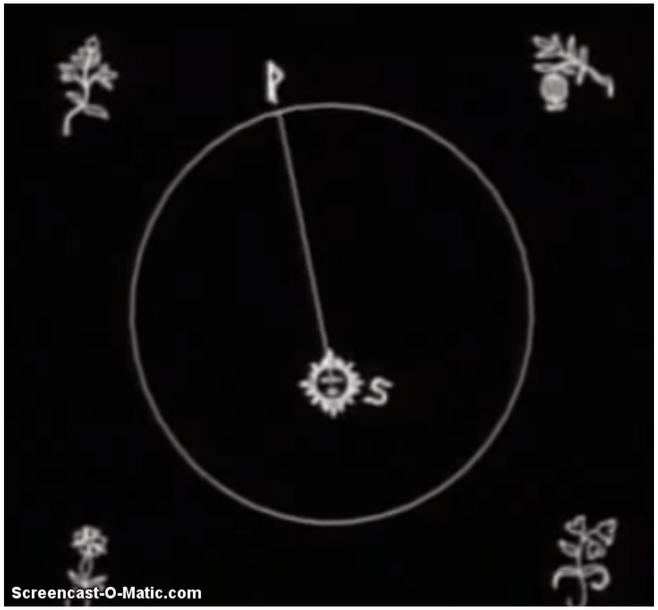
1ª Ley de Kepler

"Un planeta se mueve en una elipse, con el Sol en uno de sus focos"

- Después de años de cálculo sobre una órbita circular, Kepler había encontrado valores correctos, pero no todos coincidían.
- Un mes más tarde probó con la fórmula del elipse, la cuál coincidió maravillosamente con las observaciones de Brahe, con lo cuál dedujo:

2ª Ley de Kepler

Al moverse el planeta, barre en un cierto lapso de tiempo, una zona imaginaria en forma de cuña, a pesar de las formas distinta, Kepler descubrió que ambas áreas eran iguales



"El radio vector que une el planeta y el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales."

http://www.emiliosilveravazquez.com/blog/category/%C2%A1el-tiempo-%C2%BFques-es-el-tiempo/

3ª Ley de Kepler

"Los cuadrados de los periodos de revolución son proporcionales a los cubos de la distancia promedio al Sol"

La fórmula expresando la tercera ley es

$$(T_1 / T_2)^2 = (A_1 / A_2)^3$$

https://www.youtube.com/watch?v=nXbjYjroMJI

Experimento 2

5. *Más rápido*

Objetivo Determinar de qué manera la distancia afecta el periodo de revolución de un planeta.

Materiales *regla de 1 metro (1 yarda)*
regla más pequeña
plastilina

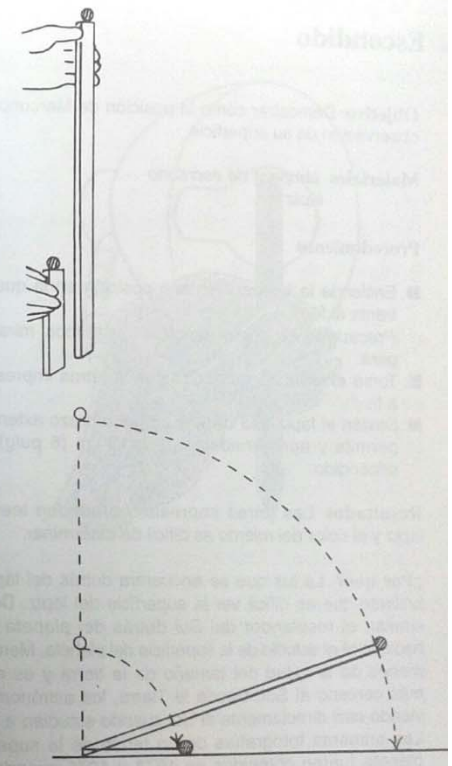
Procedimiento

- Coloca una bola de plastilina del tamaño de una nuez en uno de los extremos de la regla pequeña y en uno de los extremos de la regla de un metro.
- Mantén ambas reglas en posición vertical y situadas una junto a la otra con el extremo sin plastilina apoyado en el suelo.
- Suelta ambas reglas al mismo tiempo.

Resultados La regla que es más corta llegará primero al suelo.

¿Por qué? La bola de plastilina pegada en la regla de un metro tiene que recorrer más distancia para caer que la bola colocada en la regla más corta. Esto es similar al movimiento de los planetas, que continuamente giran alrededor del Sol. Mercurio, que se encuentra a menor distancia del Sol, 57.96 millones de km (36 millones de millas) necesita únicamente de 88 días terrestres para completar su viaje alrededor del Sol. Plutón necesita recorrer un camino mucho más largo, 2 305 millones de km (3 688 millones de millas) para dar la vuelta alrededor del Sol y requiere de 248 años terrestres para completar su periodo de traslación (tiempo necesario para moverse alrededor del Sol).

26



Leyes de Newton

Primera ley

- *"Consideramos un cuerpo sobre el cual no opera ninguna fuerza neta. Si se encuentra en reposo, permanecerá en ese estado. Si se mueve con velocidad constante, seguirá desplazándose"*

Segunda ley

- *"La suma(vectorial) de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, es directamente proporcional al producto de su masa por su aceleración"*

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a} \qquad\qquad F = m\frac{dV}{dt}$$

- También la podemos escribir en términos del momento lineal:

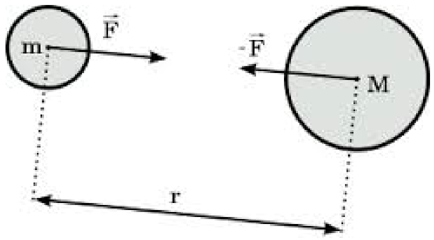
$$F = \frac{d(mV)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

Leyes de Newton

Tercera Ley

- *"Cuando un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, también éste ejerce una fuerza sobre aquél. Estas dos fuerzas siempre tienen la misma magnitud y dirección contraria"*

$$\overrightarrow{F_{AB}} = -\overrightarrow{F_{BA}}$$



Ley de la Gravitación Universal de Newton

- *"Una partícula del universo atrae todas las demás con una fuerza directamente proporcional al producto de su masa e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. La dirección de la fuerza sigue la línea que une las partículas."*

- $G = 6.67\ X\ 10 - 11\ N\ m^2/kg^2$

$$F = G\ \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

¿Qué es la gravedad?

Newton

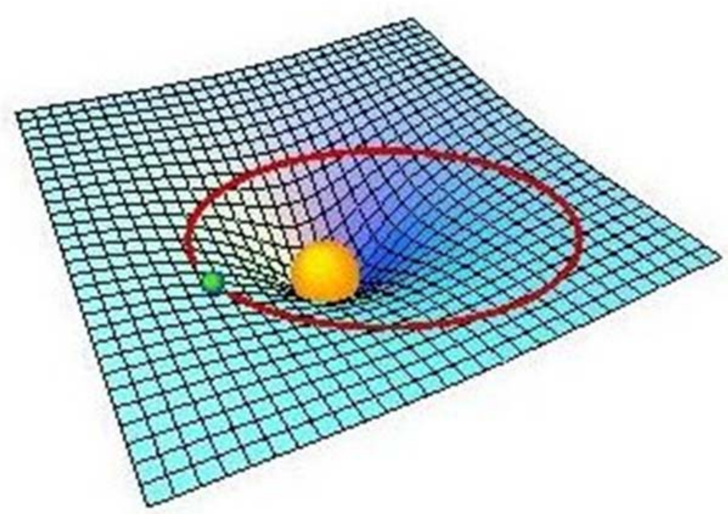
- La gravedad como fuerza o tirón
- Universal porque es aplicable a objetos en la Tierra y fuera de ella.

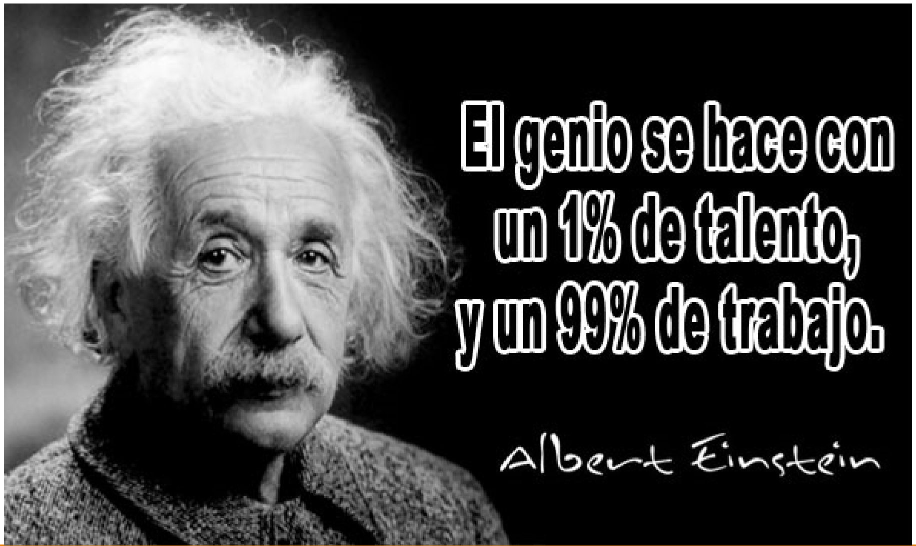
$$F = G\frac{Mm}{r^2}$$

¿Qué es la gravedad?

Einstein

- Se preguntó acerca de la naturaleza de la gravedad, para que ajustara de mejor forma las observaciones del movimiento de mercurio.
- La gravedad curva el espacio-tiempo.

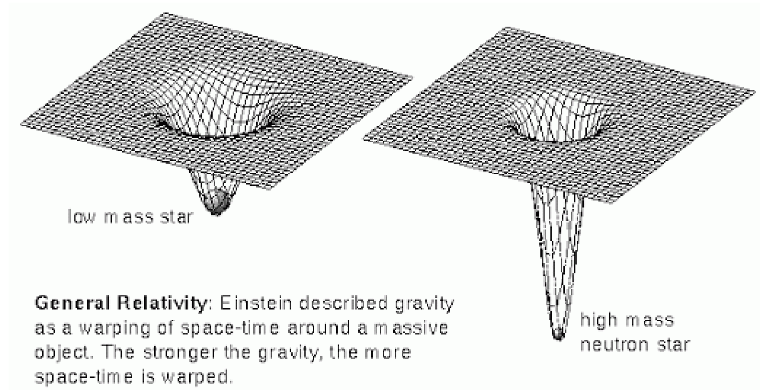


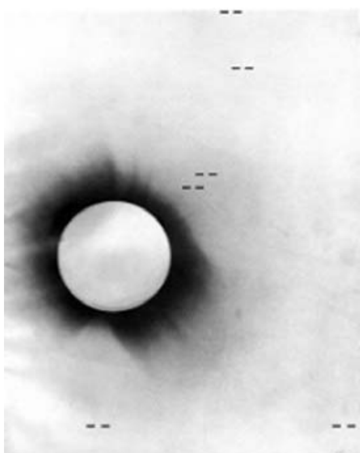


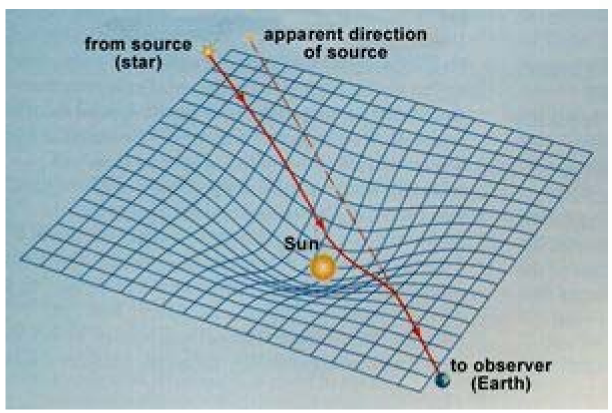
Gravedad deforma la luz

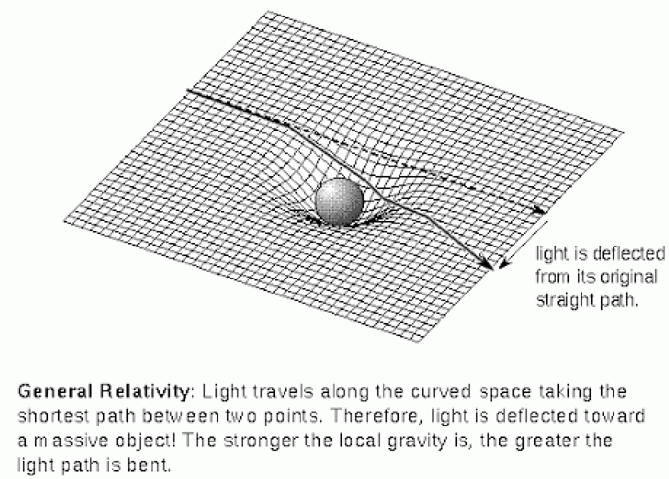
Su teoría predijo que la luz se curvaría cuando pasara cerca de un objeto masivo.

Con el eclipse solar de 1919 se verificó la predicción hecha por Einstein con su teoría.









31. Choque de satélites

Objetivo Demostrar por qué un satélite se mantiene en órbita.

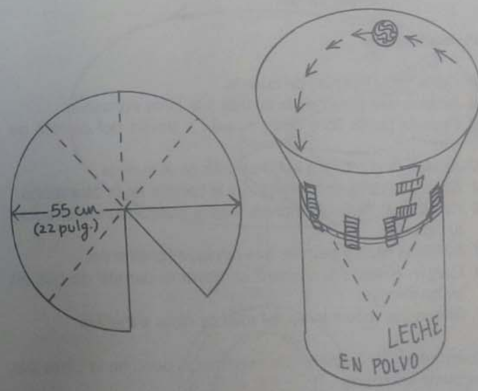
Materiales *lata grande y vacía de leche en polvo 1.4 kg (3 lb)*
cartulina de cualquier color
lápiz
tijeras
canica de vidrio
cinta adhesiva (masking tape)

Procedimiento

- Traza un círculo de 55 cm (22 pulg.) de diámetro en la cartulina.
- Recorta el círculo; después divídelo en 8 partes iguales y recorta una de ellas.
- Empalma el círculo de manera que formes un cono que quepa en la lata de leche, a modo de que la mayor parte del cono sobresalga de la parte superior de la lata. Pega el cono para que no se abra.
- Une el cono a la parte externa de la lata, utilizando la cinta adhesiva.
- Haz girar la canica por la parte superior del cono tan rápido como sea posible y observa su movimiento.

Resultados La canica gira alrededor de la parte interna del cono y su camino forma una espiral que se dirige hacia abajo al ir disminuyendo la velocidad de la canica. Ésta llega finalmente al fondo del cono y se detiene.

¿Por qué? El papel ofrece una resistencia continua al movimiento de la canica, forzándola a moverse de manera circular, y la gravedad atrae a la canica hacia abajo. Al disminuir la velocidad de la canica hacia adelante, la atracción constante la jala hacia el fondo. Los satélites continuarían dando vueltas alrededor de la Tierra si no perdieran nunca su movimiento hacia adelante, pero, al igual que la canica, al disminuir su velocidad, la gravedad los atrae hacia la Tierra hasta que finalmente, chocan con ella. Los planetas y las lunas son ejemplos de satélite, ya que todos ellos giran alrededor de otro cuerpo celeste. Si la velocidad que los impulsa hacia adelante disminuyera, éstos chocarían contra el cuerpo donde realizan su órbita.



Velocidad de escape

Para calcular la velocidad de escape, se usan las siguientes fórmulas relacionadas con la energía cinética y potencial:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = -G\frac{Mm}{r}$$

El principio de conservación de la energía, al que imponemos la condición de que el objeto se aleje hasta una distancia infinita ($r = \infty$) y quede en reposo, nos permite escribir:

$$\frac{1}{2}m{v_e}^2 - G\frac{Mm}{R} = 0$$

de modo que

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

donde:

- v_e es la velocidad de escape.
- G es la Constante de gravitación universal ($6{,}672 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2).
- M es la masa del astro.
- m es la masa del proyectil.
- R es el radio del astro.
- g es la intensidad del campo gravitatorio en la superficie del astro. En la Tierra, $g = 9.81$ m/s^2.

Velocidad de escape

Para calcular la velocidad de escape, se usan las siguientes fórmulas relacionadas con la energía cinética y potencial:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad E_p = -G\frac{Mm}{r}$$

El principio de conservación de la energía, al que imponemos la condición de que el objeto se aleje hasta una distancia infinita ($r = \infty$) y quede en reposo, nos permite escribir:

$$\frac{1}{2}m{v_e}^2 - G\frac{Mm}{R} \;=\; 0$$

de modo que

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR}$$

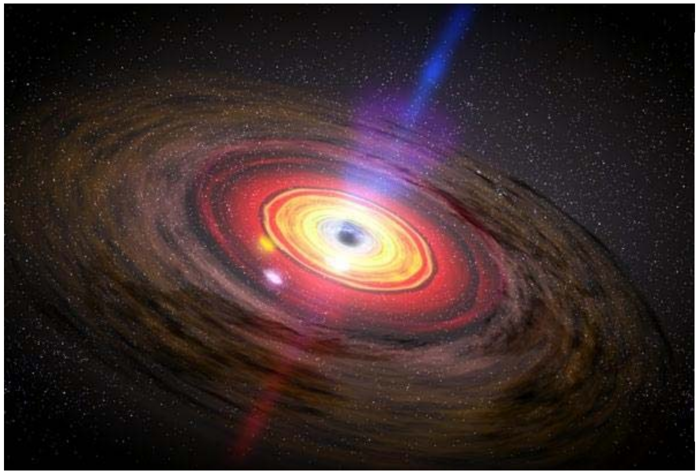
donde:

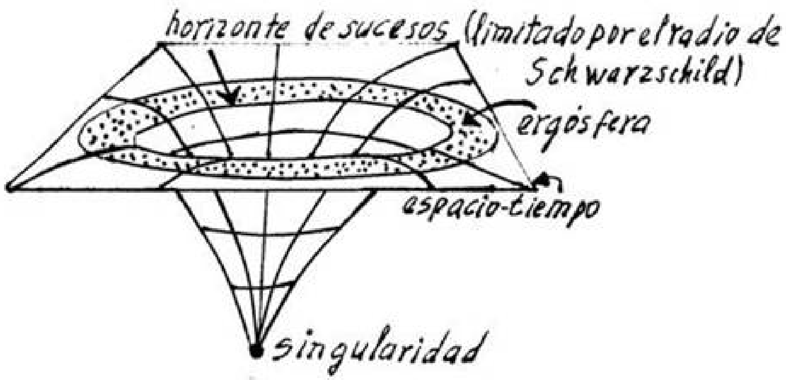
- v_e es la velocidad de escape.
- G es la Constante de gravitación universal ($6{,}672 \times 10^{-11}$ N m^2/kg^2).
- M es la masa del astro.
- m es la masa del proyectil.
- R es el radio del astro.
- g es la intensidad del campo gravitatorio en la superficie del astro. En la Tierra, $g = 9.81$ m/s^2.

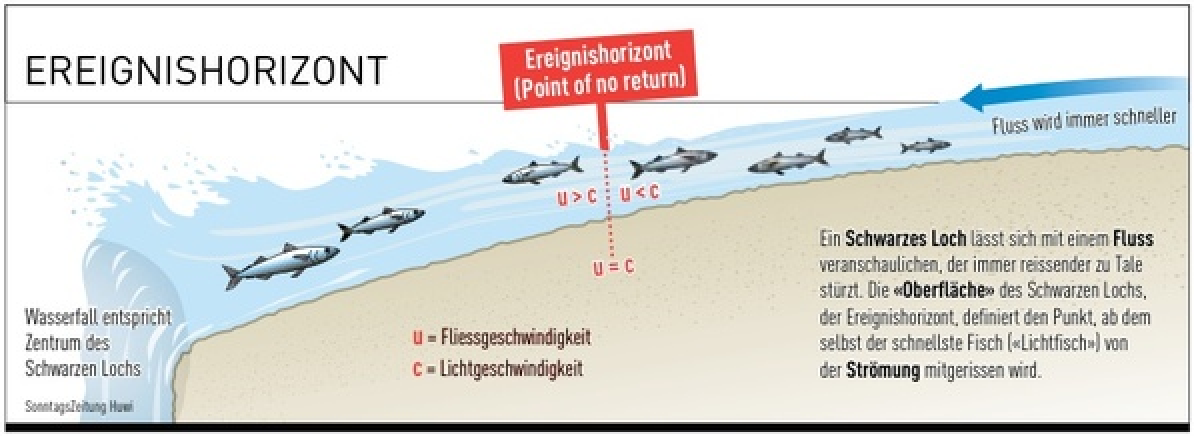
El radio del Sol, con su actual masa, para que se convierta en agujero negro es de 2950km, aproximadamente.

¿Si fuera así, que le sucedería a la Tierra?

Agujeros negros



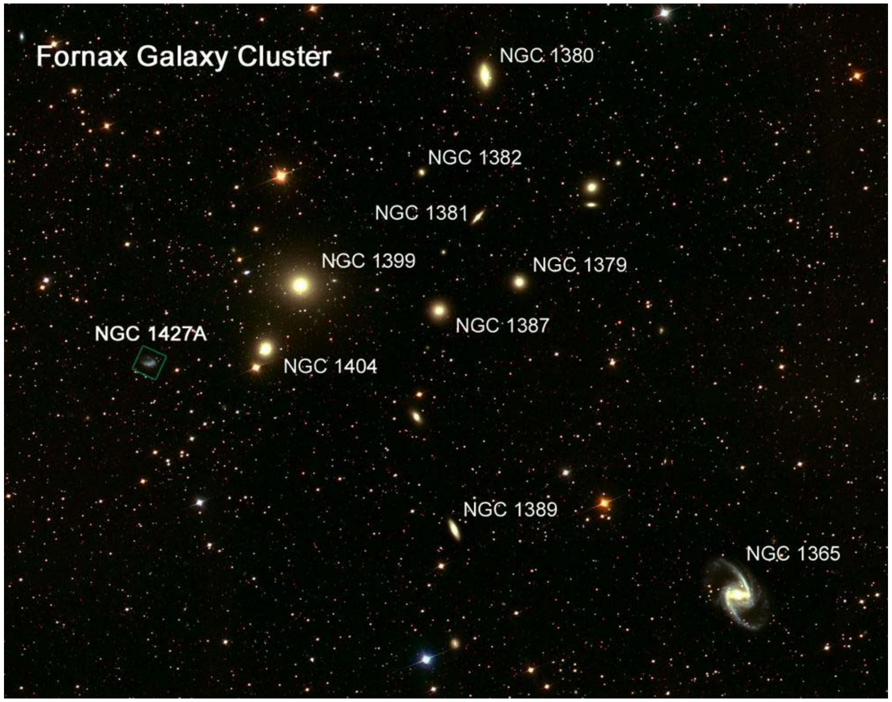




¿Qué tan lejos están las ‘nebulosas espirales’?

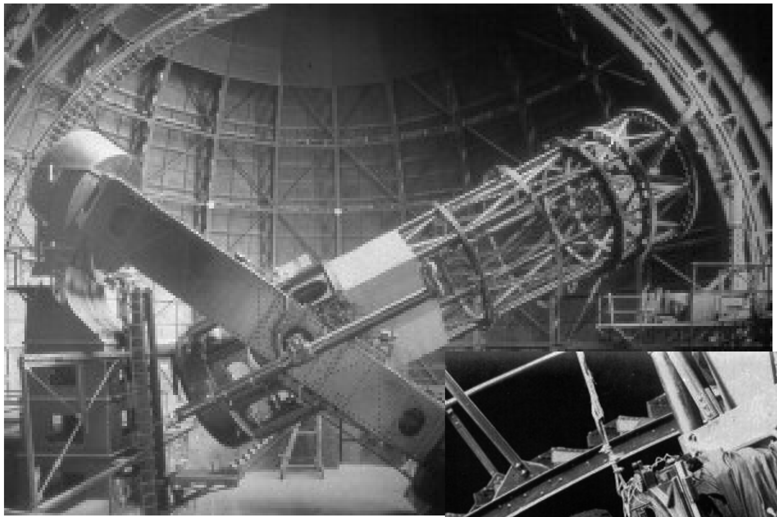
En 1920 los astronomos reflexionaban sobre la distancia a la que se encuentran las “nebulosas espirales”

- Harlow Shapley y Heber Curtis debatieron sobre si se encontraban dentro o fuera de nuestra galaxia.
- La pregunta fue resuelta cuando Edwin Hubble determinó la distancia a la galaxia del Andrómeda.

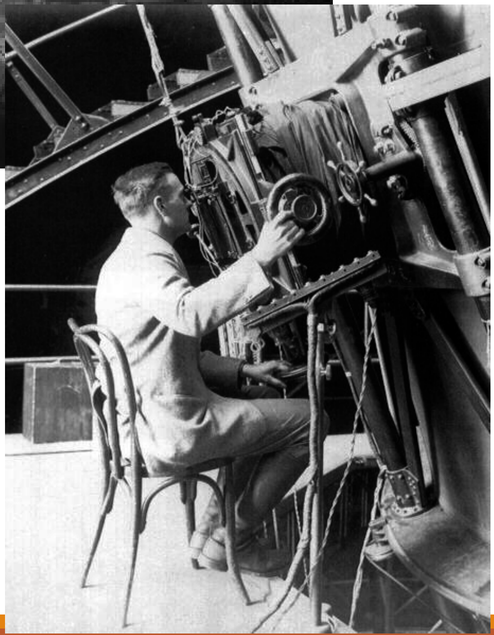


¿Qué tan lejos están las ‘nebulosas espirales’?

El telescopio de Monte Wilson de 100” proporcionó la abertura y la resolución requeridas para resolver las estrellas



En este telescopio E. Hubble determinó que la distancia a algunas nebulosas, entre ellas Andrómeda en 1929.



Estrellas distantes

61. Estrellas distantes

Objetivo Determinar cuál estrella se encuentra más cerca de la Tierra.

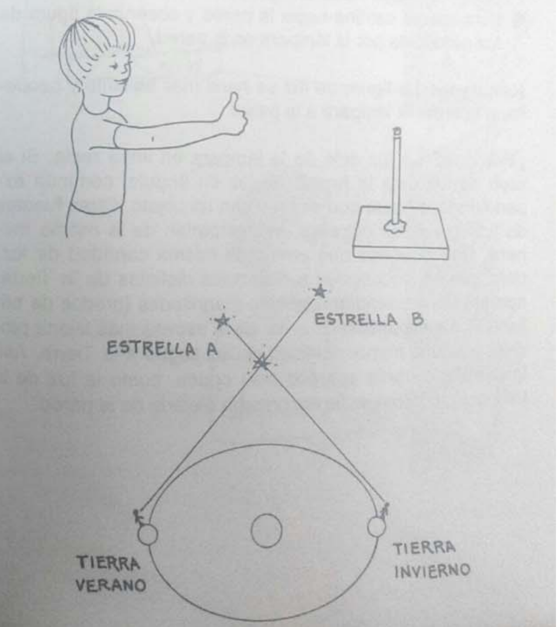
Materiales *tu pulgar*
plastilina
lápiz

Procedimiento

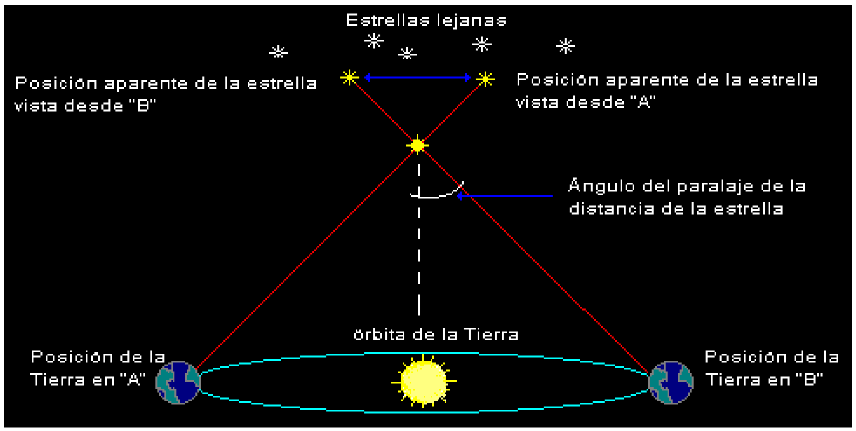
- Usa la plastilina para sostener el lápiz en posición vertical sobre la mesa.
- Párate al otro lado del cuarto y sostén tu pulgar frente a tu cara con el brazo extendido.
- Cierra tu ojo izquierdo.
- Mira con tu ojo derecho sobre la punta de tu pulgar la goma del lápiz.
- No muevas tu cabeza o tu pulgar. Ahora cierra tu ojo derecho y mira con tu ojo izquierdo sobre la punta de tu pulgar.
- Nota cómo tu pulgar parece moverse cuando miras primero con un ojo y luego con otro.
- Sostén tu pulgar frente a tu nariz y nuevamente mira con tu ojo derecho sobre la punta del pulgar hacia la goma del lápiz.
- No muevas tu pulgar o tu cabeza. Mira la punta de tu pulgar con tu ojo izquierdo. Nota cuánto parece moverse tu pulgar.

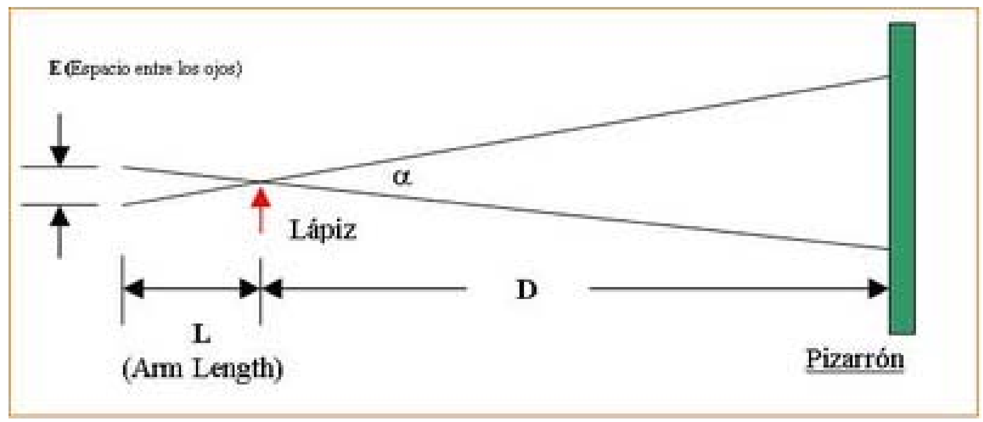
Resultados Al cambiar entre el ojo izquierdo y el derecho parece que el pulgar es el que cambia de lugar. El movimiento es aún mayor cuando el pulgar se encuentra más cerca de tus ojos.

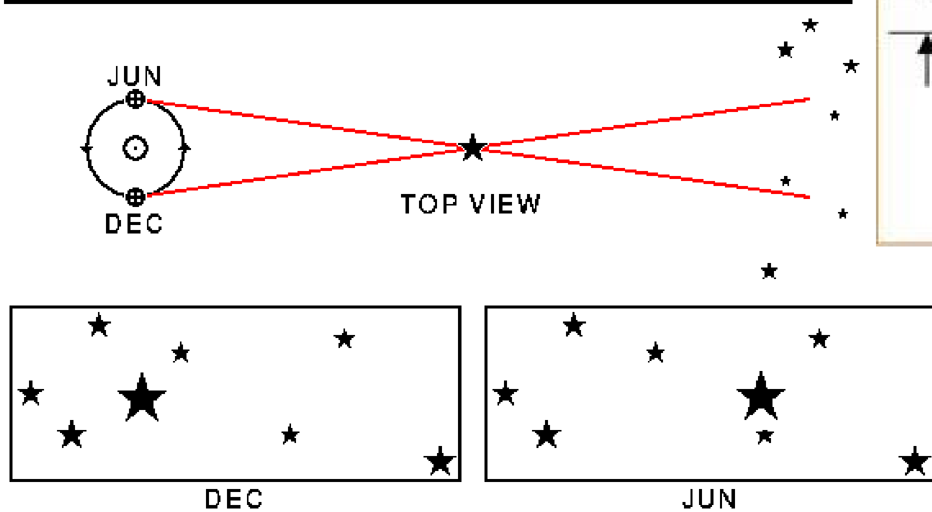
¿Por qué? El pulgar aparentemente se mueve debido a que se está viendo desde distintos ángulos. El movimiento parece mayor cuando el pulgar se encuentra cerca de la cara. Una estrella que se encuentra cerca de la Tierra tiene un cambio aparente en su posición cuando se observa desde distintos lados en la órbita de la Tierra. Durante el invierno, un observador que se encuentre en la Tierra vería a la estrella A detrás de la estrella cercana, pero, durante el verano, la estrella B aparece detrás de la estrella cercana. Esto se debe a que la estrella cercana se está observando desde distintos ángulos; el movimiento aparente es llamado un **paralaje estelar**. Cuando se compara el paralaje estelar de dos estrellas diferentes, la que parece moverse más será la que se encuentre más cerca de la Tierra.



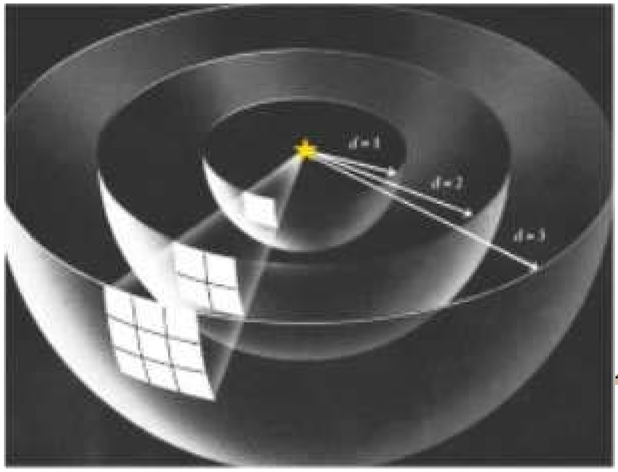
Paralaje en astronomía

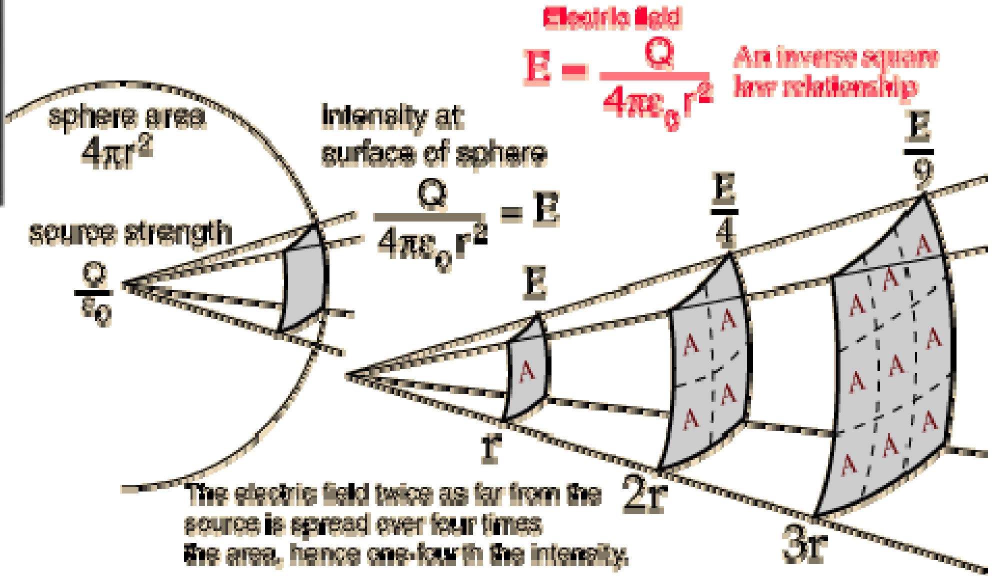






Ley del inverso al cuadrado





Ley del inverso al cuadrado

62. Expansión

Objetivo Demostrar cómo la distancia afecta la aparente brillantez de una estrella.

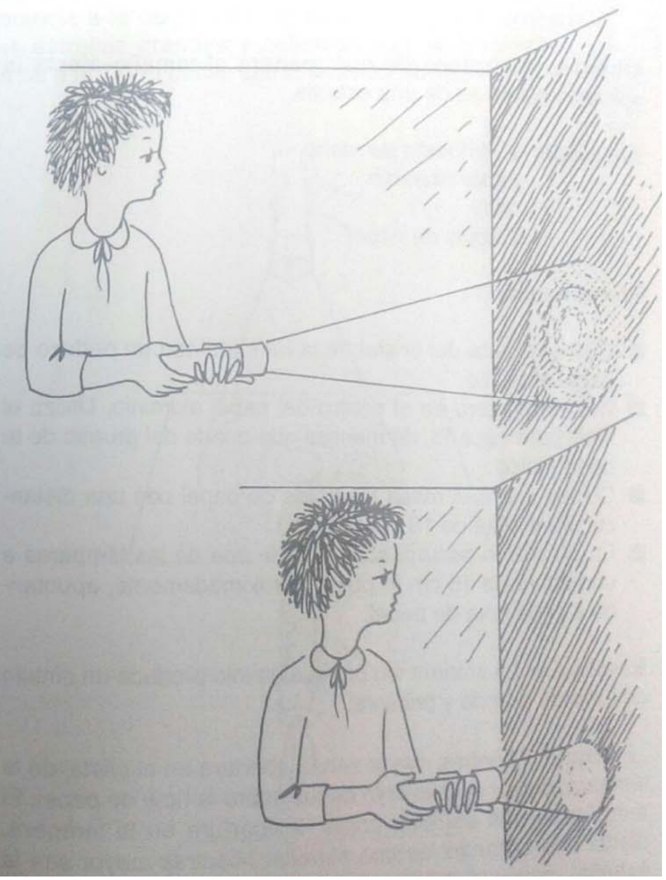
Materiales *lámpara de mano*

Procedimiento

- Párate en el centro de un cuarto oscuro y apunta la lámpara encendida hacia una pared.
- Lentamente camina hacia la pared y observa la figura de luz producida por la lámpara en la pared.

Resultados La figura de luz se hace más brillante y pequeña al acercar la lámpara a la pared.

¿Por qué? La luz sale de la lámpara en línea recta. Si el rayo de luz deja la fuente de luz en ángulo, continúa expandiéndose hasta que se topa con un objeto. Otras fuentes de luz, como las estrellas, se comportan de la misma manera. Dos estrellas que emitan la misma cantidad de luz, pero que se encuentren a distancias distintas de la Tierra, aparentemente tendrán distintas magnitudes (grados de brillantez). La expansión de la luz de la estrella más lejana provoca que una menor cantidad de luz llegue a la Tierra. Así, la estrella distante aparece más opaca, como la luz de la lámpara cuando ésta se encontraba alejada de la pared.



¿Qué tan lejos están las ‘nebulosas espirales’?

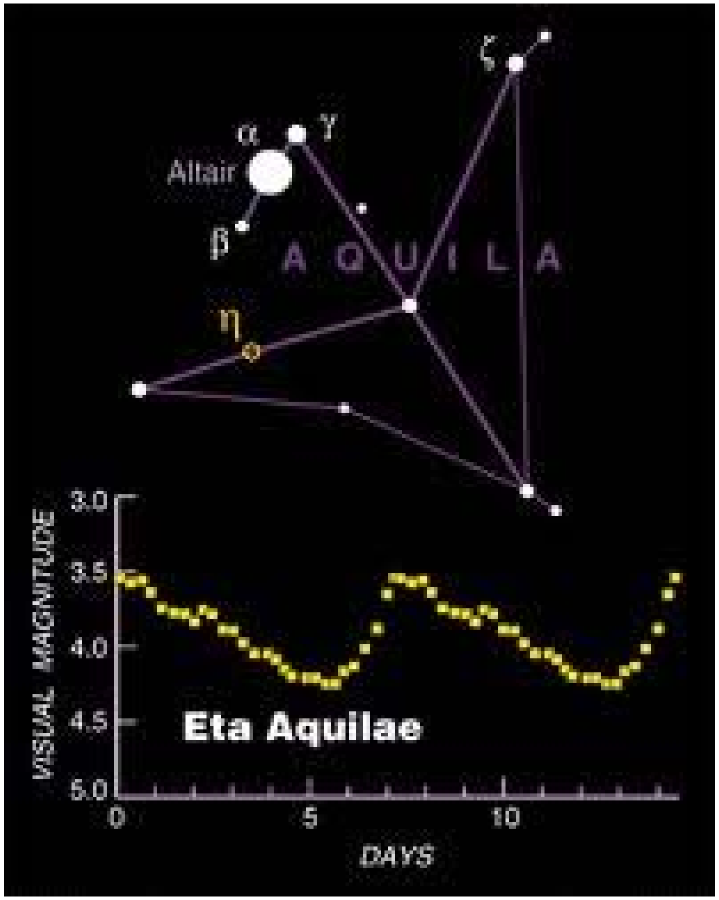
Estrellas variables Cepheidas

Estas estrellas varían su brillo debido a sus pulsaciones.

El período de variación del brillo se relaciona con la luminosidad intrínseca de la estrella

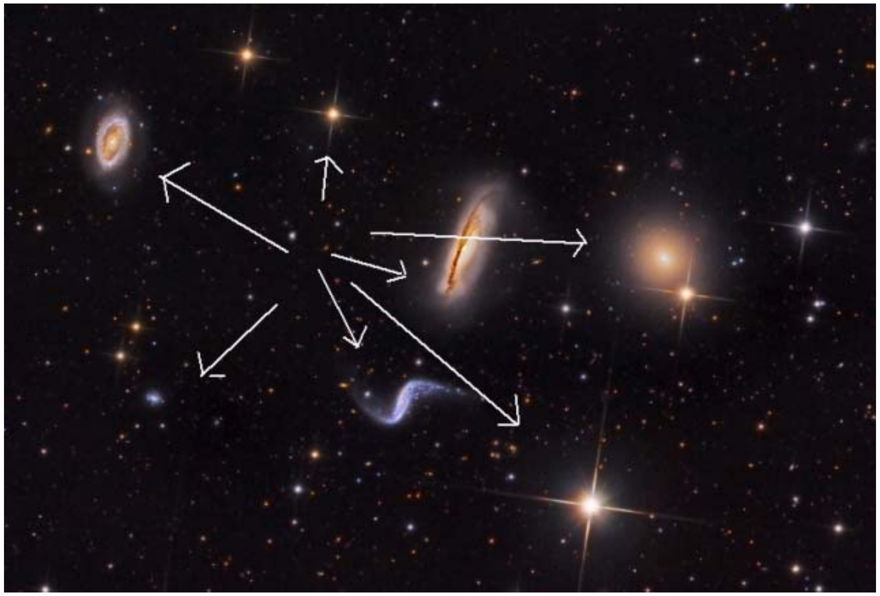
Midiendo la luminosidad observada y conociendo la luminosidad intrínseca, se puede determinar la distancia

$$L_o \propto L_i / r^2$$

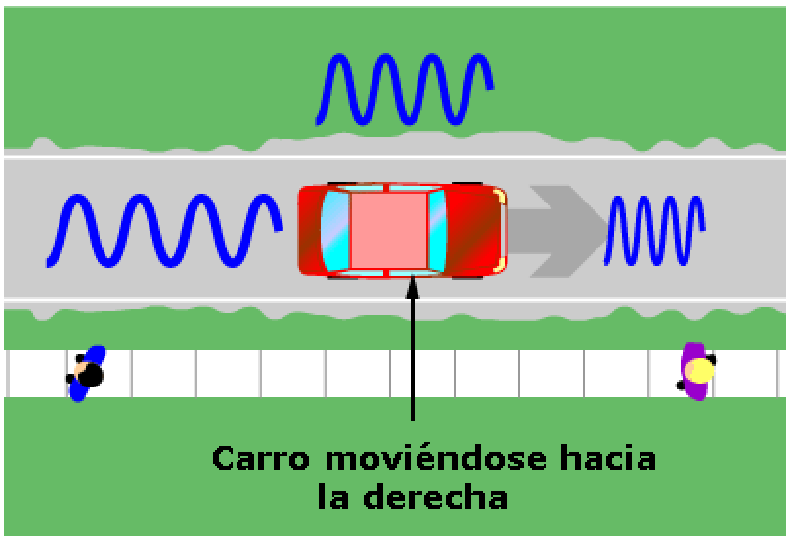


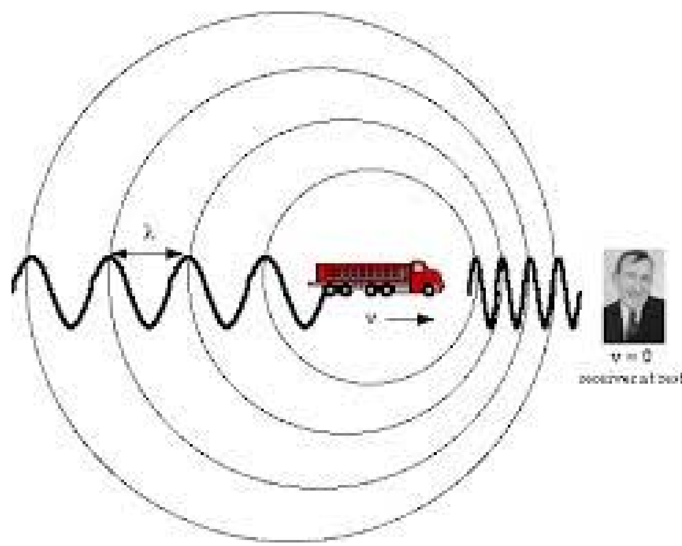
Velocidad de recesión de las galaxias

Hubble quería determinar la velocidad con que se alejan (recesión) o acercan éstas 'nebulosas'. Para ello utilizó el efecto Doppler de la luz.

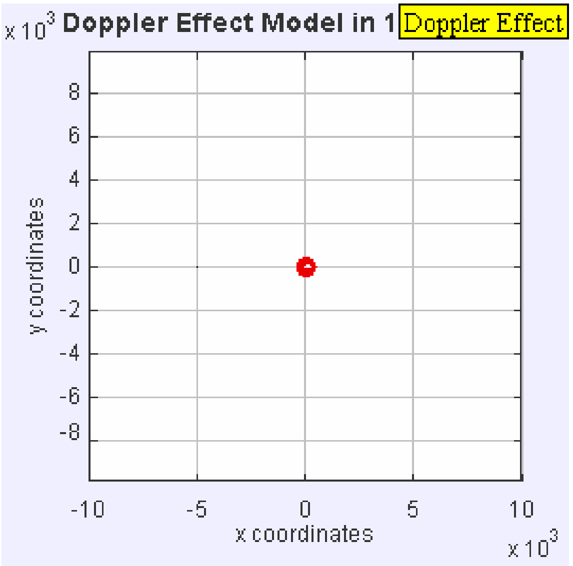


Efecto Doppler en sonido

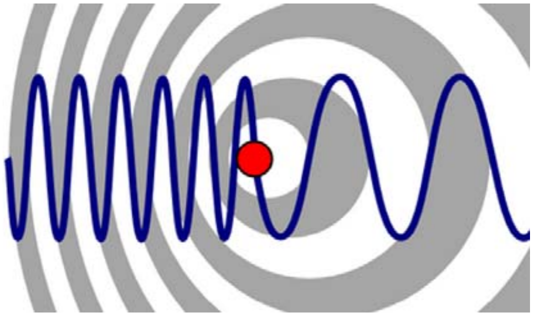




Efecto Doopler



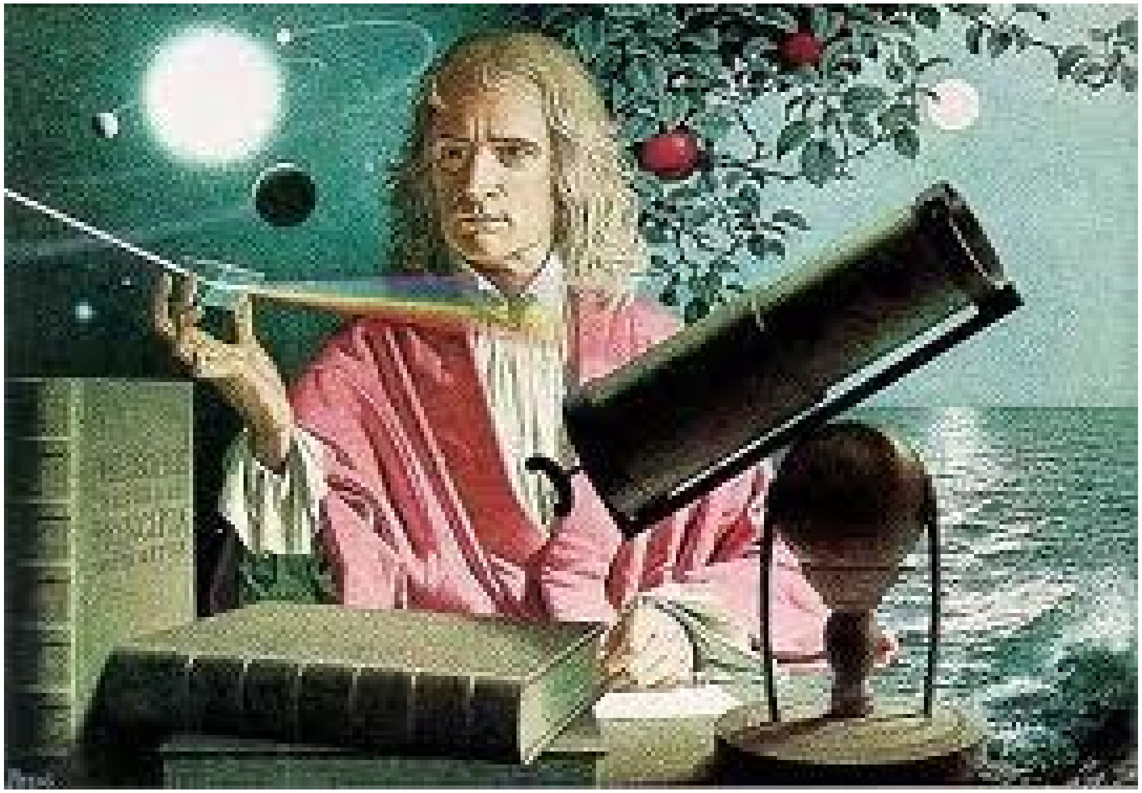
http://curiosidades.batanga.com/3669/que-es-el-efecto-doppler



Es un fenómeno físico donde un aparente cambio de frecuencia de onda es presentado por una fuente de sonido con respecto a su observador cuando esa misma fuente se encuentra en movimiento.

Espectroscopia

Según Newton, la luz blanca está formada por una mezcla de corpúsculos que tienen distinto tamaño para cada color

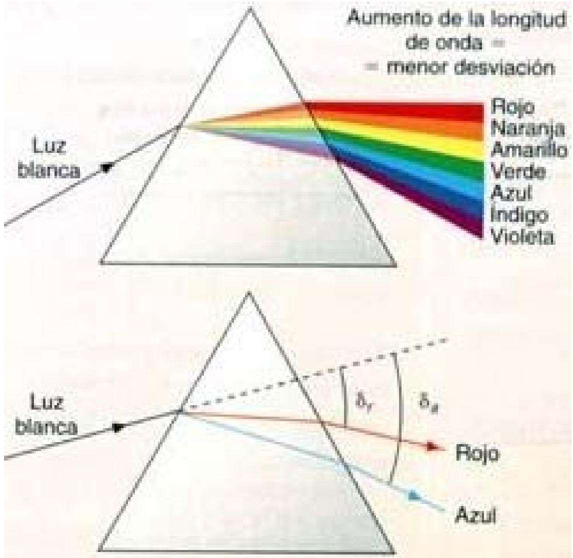


http://www.funtasticdesignschool.com.au/about-us.html

La dispersión de la luz blanca

La dispersión es el fenómeno por el cuál un haz de rayos de luz blanca se descompone todos colores al refractarse.

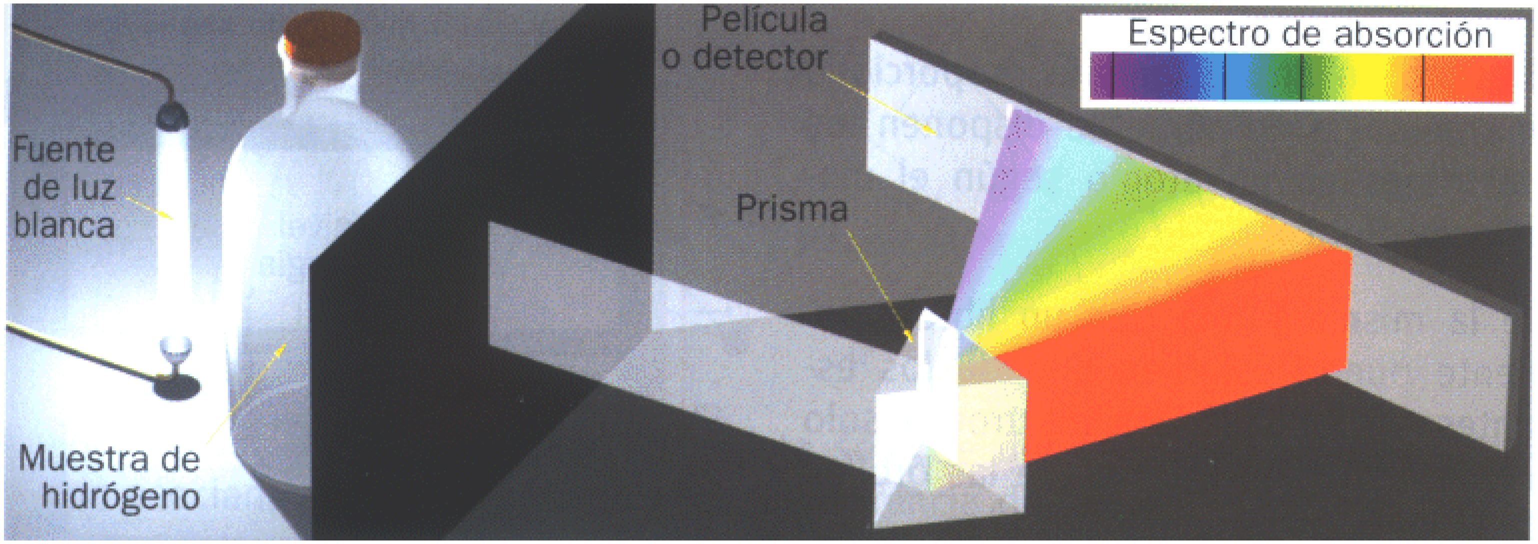
Cuando un rayo de luz blanca atraviesa un prisma, los corpúsculos más “grandes” son más desviados que los más “pequeños”.



http://www.fisicanet.com.ar/fisica/ondas/ap12_dispersion_de_la_luz.php

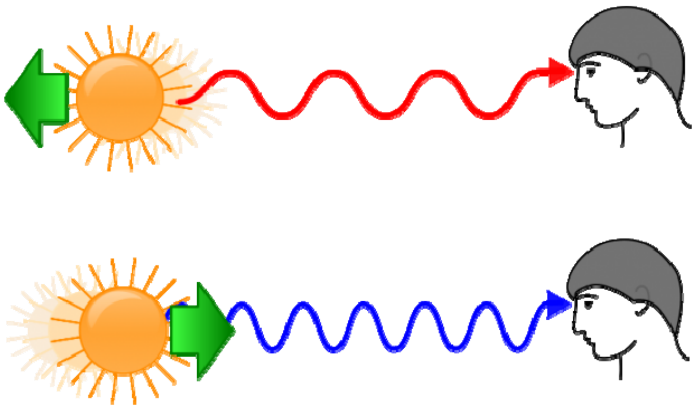
http://photographyandsoul.blogspot.mx/2012_09_01_archive.html

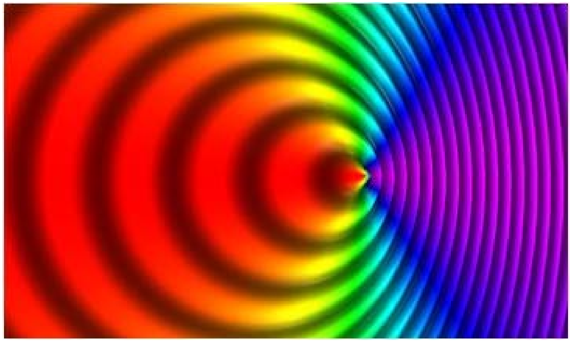
Espectrógrafo



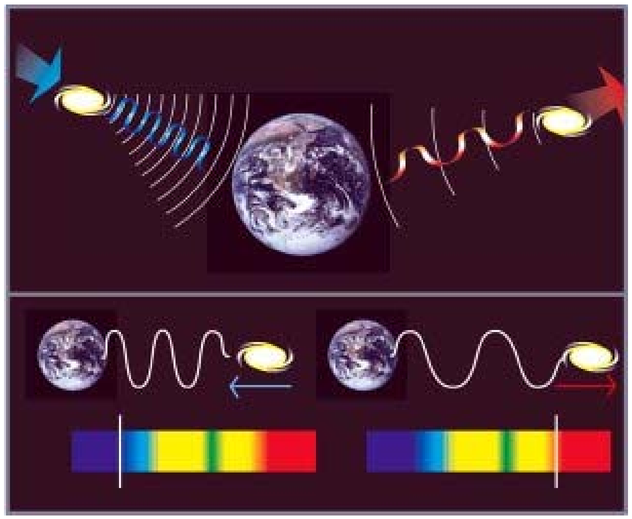
¿Para qué se utiliza el efecto Doopler de la luz?

Entonces, ¿cómo saber si los cuerpos celestes se alejan o se nos acercan? Existe un método muy sencillo, y es descomponiendo el espectro de su luz, para después usar el fenómeno físico que se conoce como efecto Doppler y analizar el corrimiento al rojo y el azul, respectivamente.





Efecto Doopler de la luz



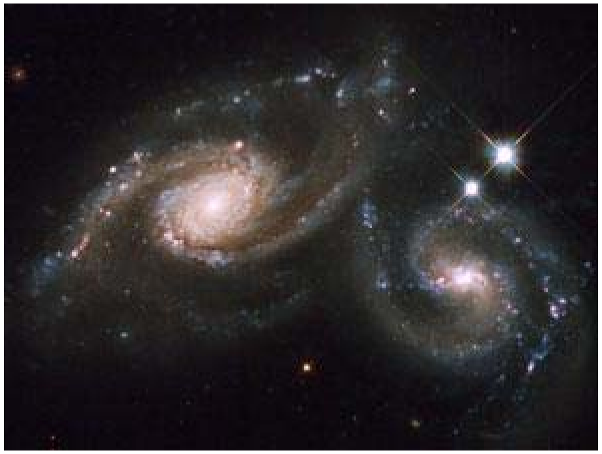
Utilizando como punto de partida la posición de las líneas que obtenemos en un espectrógrafo de una fuente de hidrógeno situada en la Tierra, comparando dichas líneas con las que obtenemos del hidrógeno emanado de los astros podemos determinar individualmente para cada astro si dicho cuerpo celeste se está acercando o se está alejando de nosotros.

¿Para qué nos sirve?

La utilización de espectrómetro, nos permite saber sobre la expansión del universo, así como la existencia de la energía oscura que lo acelera en contra de la gravedad e incluso a conocer el fin del Universo.

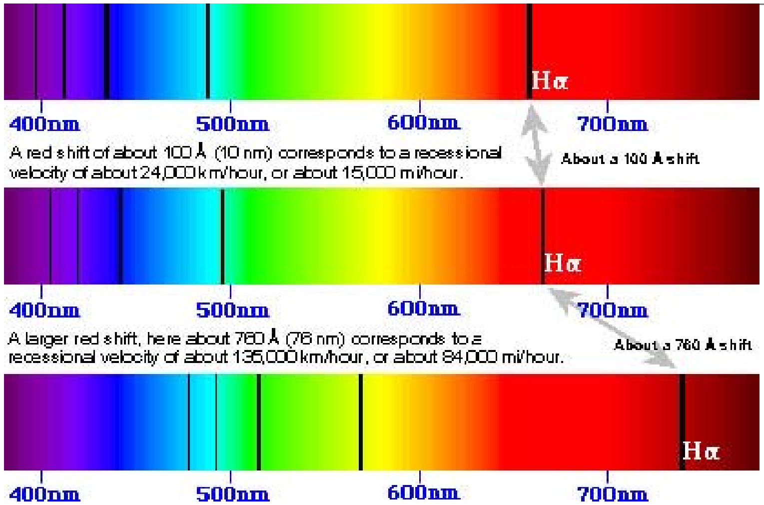
Por ejemplo, la galaxia de Andrómeda, la más cercana a nosotros, se nos está acercando, pues su espectro, tiene un corrimiento hacia el azul. Dentro de millones de años, Andrómeda chocará con nuestra galaxia. Esto último está confirmado por los astrónomos.

http://curiosidades.batanga.com/4424/efecto-doppler-desplazamiento-hacia-el-rojo-y-el-azul

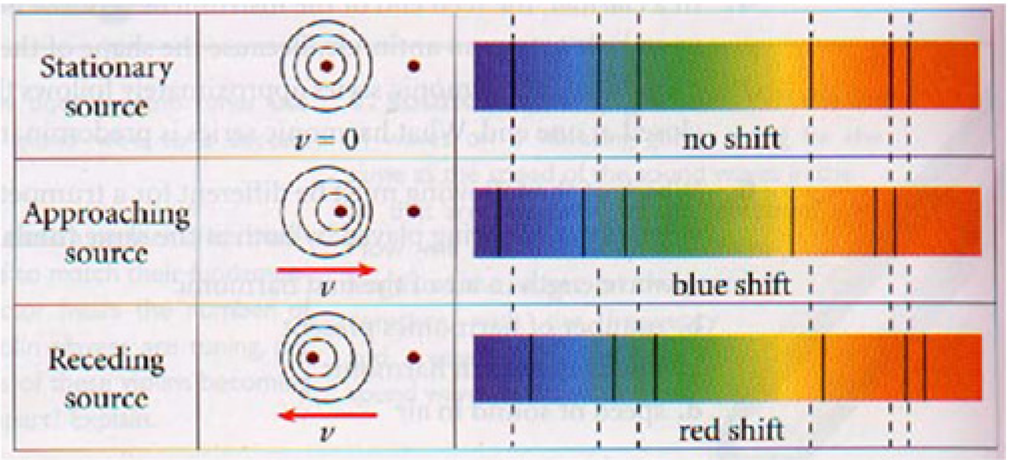


http://www.debate.com.mx/eldebate/noticias/default.asp?IdArt=12125666&IdCat=6273

Efecto Doppler en ondas electromagnéticas



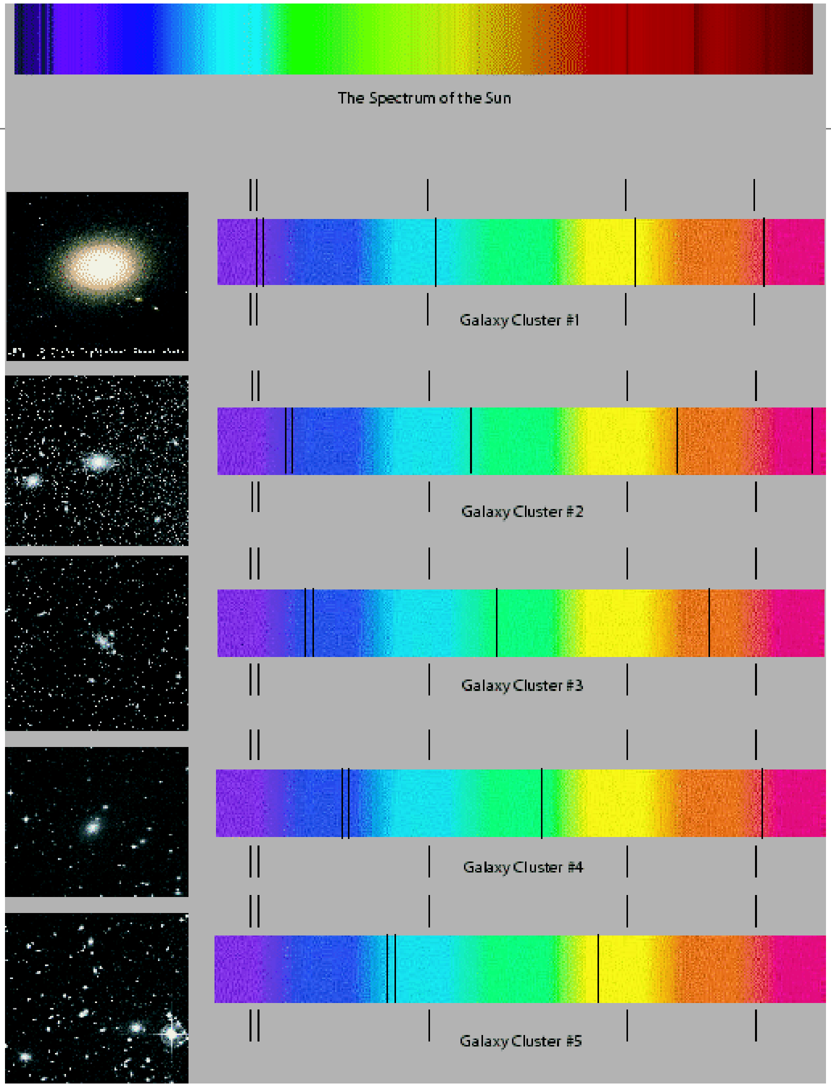
Doppler Effect



Measuring the relative velocities of stars by the Doppler shift.

Ley de Hubble

Hubble se basó en la observación de 24 galaxias a las cuales les midió su distancia, así como la medición de velocidad de separación entre ellas y nosotros, de tal forma que determinó la relación entre la distancia y la velocidad de separación.

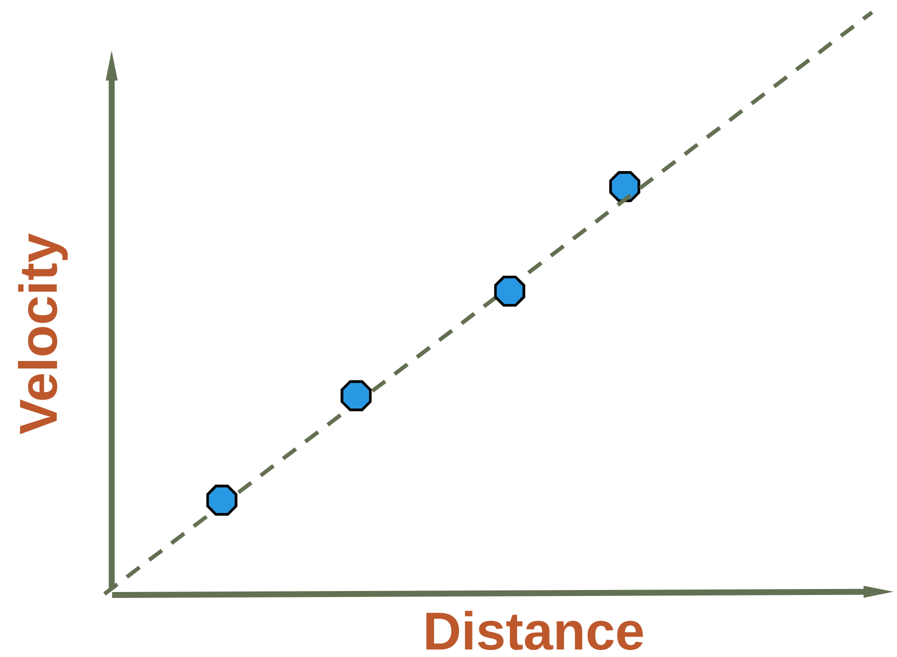


¿Qué tan lejos están las “nebulosas espirales”?

Las primeras obsevaciones de mostraron que las “nebulosas” estaban corridas al rojo, es decir, se mueven alejándose de nosotros.

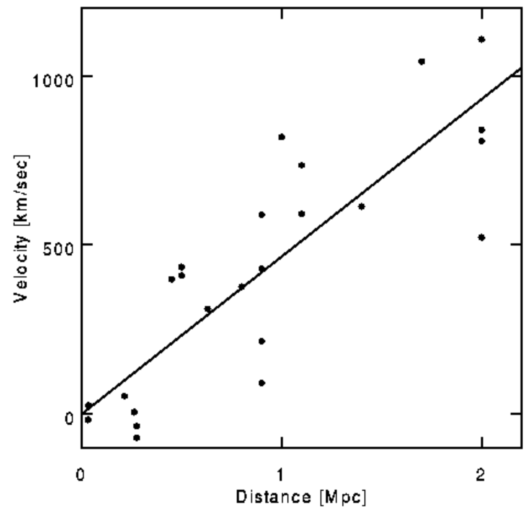
Hubble graficó los corrimientos al rojo con sus distancias y observó que:

El universo se expande!

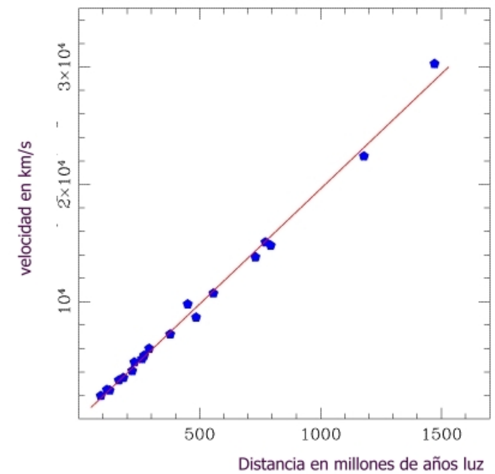


Éste hecho puede ser representado que el Universo está en expansión

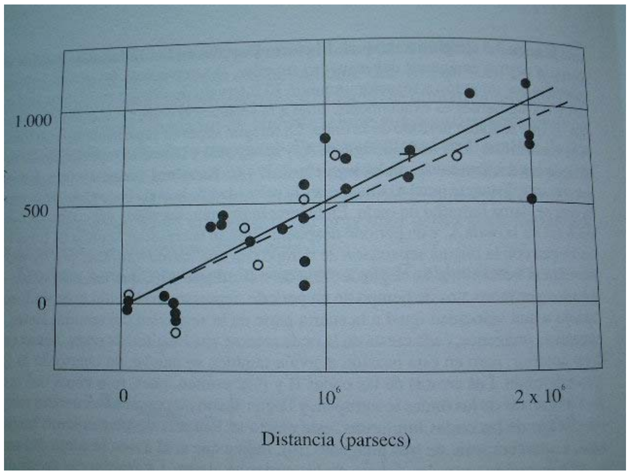
Representación de la velocidad frente a la distancia con los datos originales de 1929

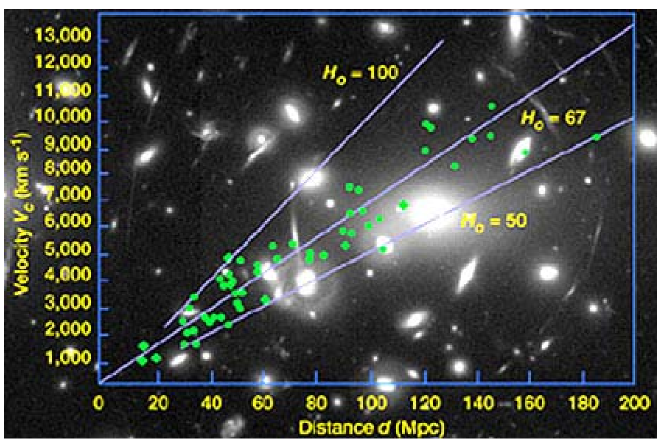


Representación de 1996 de la distancia frente a velocidades de más de 30,000 km/s. Como se ve la relación permanece lineal con gran aproximación



Ley de Hubble





Hubble concluyó que la velocidad de retroceso de una galaxia con respecto a nosotros es proporcional a la distancia que estén de nuestra galaxia.

$$v = Hr$$

Esta ley se conoce hoy en día como la **ley de Hubble**

Ahora quedaba claro que el **universo realmente se expande**.

H_0=67.80±0.77km/s/Mpc

Planck Mission

2013-03-21

26. Expansión

Objetivo Demostrar cómo se mueven las galaxias.

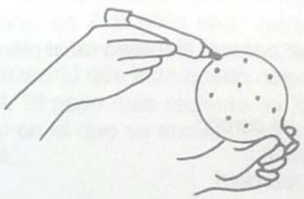
Materiales *globo redondo de 23 cm (9 pulg)*
plumón negro
espejo

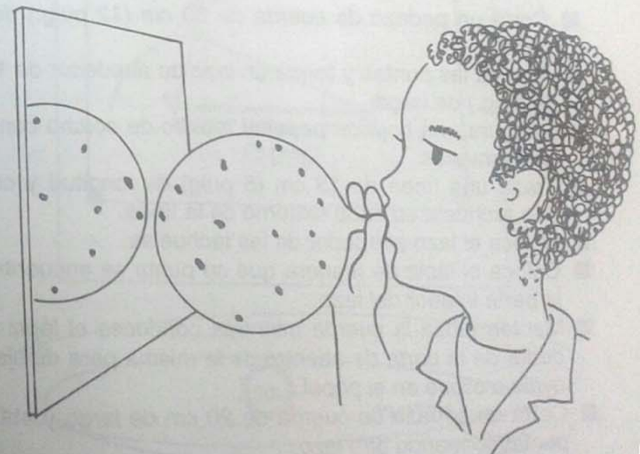
Procedimiento

- Infla el globo hasta que quede del tamaño aproximadamente de una manzana.
- Usa el plumón para dibujar al azar unos 20 puntos en el globo.
- Párate frente a un espejo y observa los puntos del globo mientras continúas inflándolo.

Resultados Los puntos se alejan unos de otros. Algunos parecen alejarse más que otros, pero ninguno se acerca a otro.

¿Por qué? Los astrónomos creen que las galaxias se están alejando unas de otras de manera parecida a los puntos en el globo. No todas las galaxias se alejan de nosotros de la misma manera. En 1929, el Dr. Edwin Hubble descubrió que mientras más lejana se encuentre una galaxia, al parecer, se aleja más rápido de nosotros. Debido a que no existe ninguna galaxia que se acerque a otra al irse moviendo, los científicos consideran que el universo está expandiéndose.



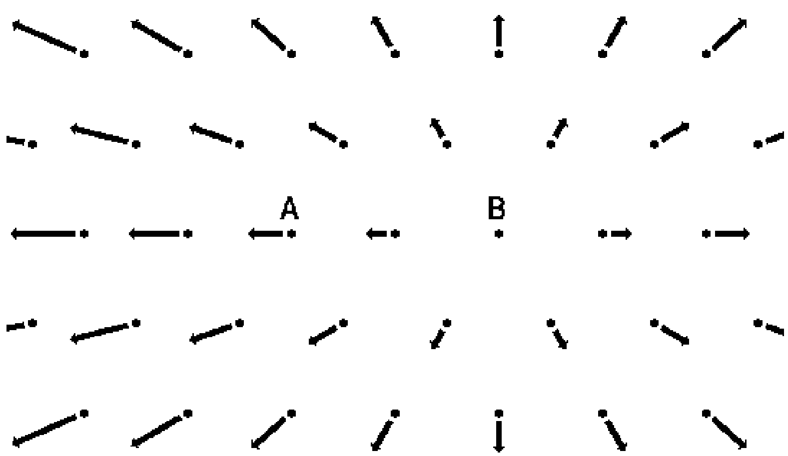


Relación velocidad-distancia

De acuerdo a una ley:

$$v = H\ D$$

- ✓Ésta es la única relación posible que produce una expansión homóloga que no cambia la forma de las estructuras en el Universo.

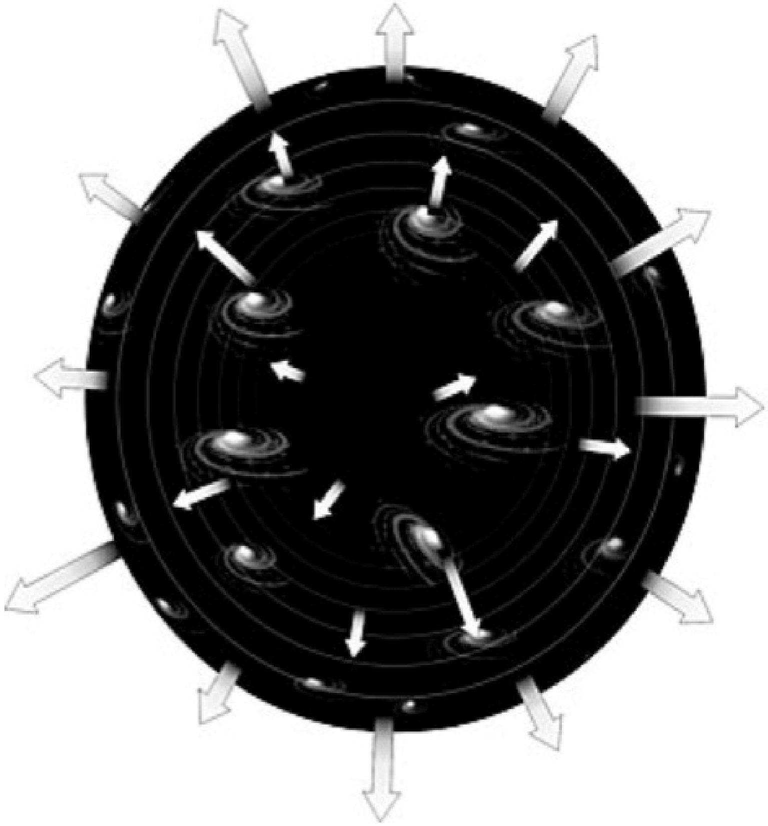


- ✓Es compatible con una visión Copernicana (o principio de mediocridad) donde nuestra posición en el universo no es de particular importancia. Todos los observadores, en cualquier lugar del universo verán el mismo tipo de ley.

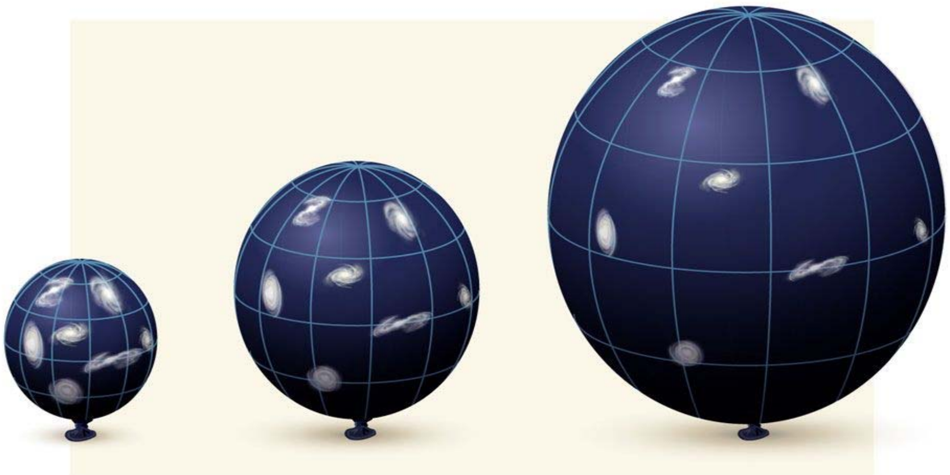
Expansión del universo

Es uno de los conceptos mas fundamentales de la ciencia actual pero también es de los menos estudiados.

Existen muchos malos entendidos con esta expansión del Universo y la razón fundamental es la frase que se ha utilizado para designarla “gran explosión” (Big bang, en inglés).



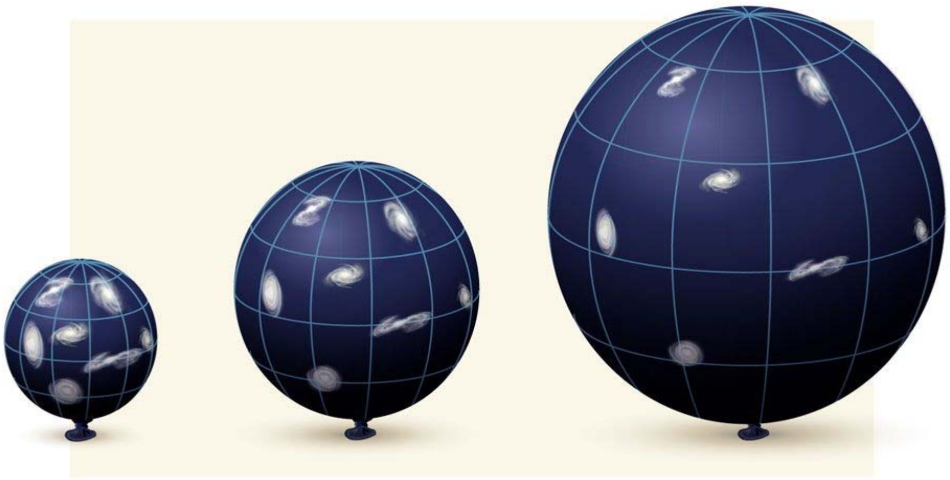
Expansión del universo



La expansión del espacio y la expansión en el espacio… Aunque parece lo mismo, en realidad no lo es y tiene consecuencias muy importantes, entre otras,

1. Tamaño del Universo
2. Razón a la cual se alejan las galaxias
3. La naturaleza de la expansión acelerada del Universo

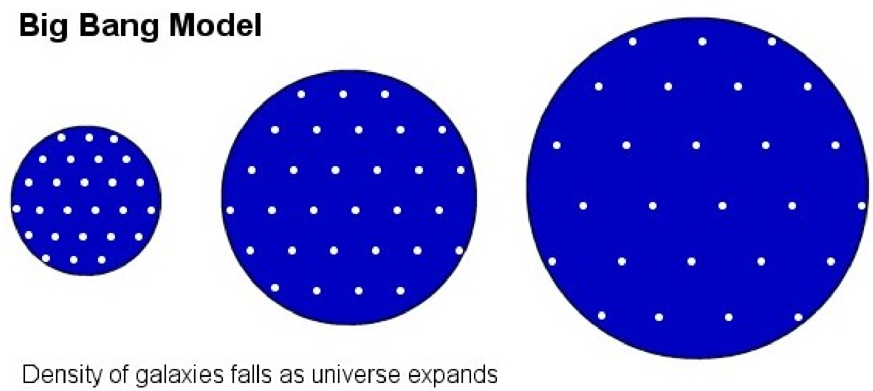
Expansión del universo



Estrictamente hablando, el modelo de la “gran explosión” en realidad tiene muy poco que decir de la “gran explosión misma”, de hecho describe lo que sucede posteriormente a eso.

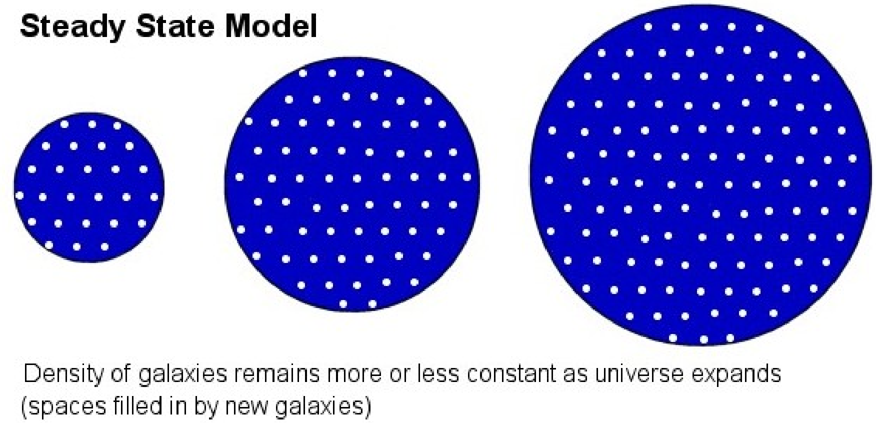
¿El Universo está en estado estacionario o se originó de un "Big Bang"?

"Big Bang": si nos vamos atrás en el tiempo, esto no dará un punto de alta energía desde el cual el universo se creó.



Teoría del estado estacionario: Cuando el universo se expande, se crea materia

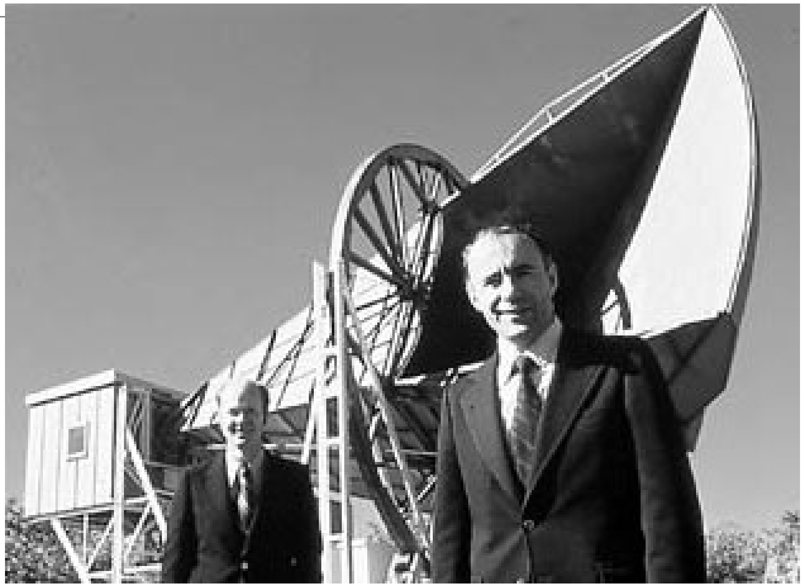
- La taza de creación es de unos pocos cientos de atomos por año por galaxia.



Herramienta para determinar Estado estacionario vs. “Big Bang”

En 1965, Penzias y Wilson utilizaban un detector de radiofrecuencias de 20 pies para hacer observaciones de radio de la Vía Láctea.

El gran esfuerzo para reducir el ruido en el detector los dejó con un residuo de 3K, que no pudieron explicar en ese momento.

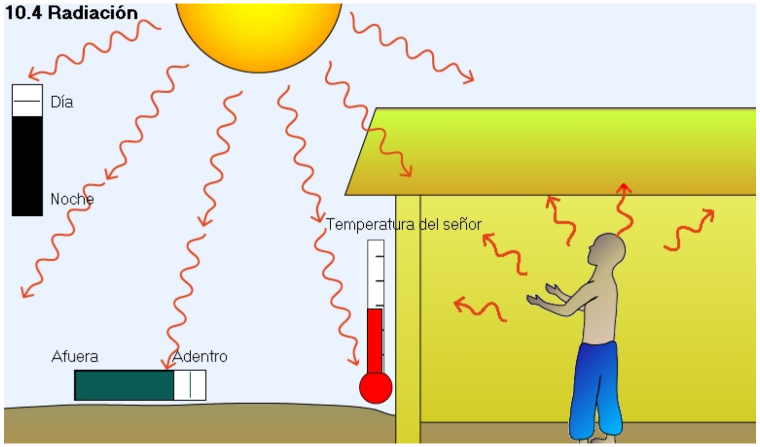


Premio Nobel de Física 1978:
por su descubrimiento de la radiación del fondo cósmico de microondas

Radiación y temperatura

Un cuerpo, por el hecho de estar a una determinada temperatura, emite radiación.

Se sabe que la radiación es emitida en todas las frecuencias pero emite más intensamente para una frecuencia específica que se puede calcular conociendo su temperatura.

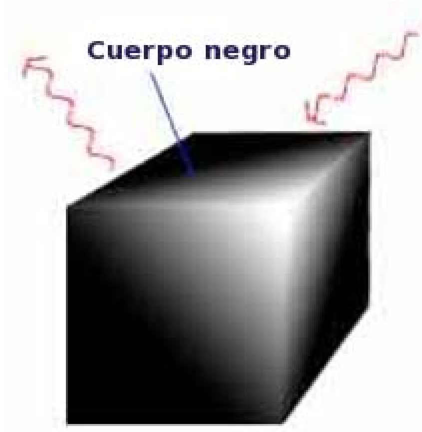


Cuerpo Negro

Un cuerpo negro es aquel que absorbe toda la energía que le llega.

Generalmente se piensa en un cuerpo negro como en una caja cerrada donde la materia y la radiación están en equilibrio.

Por lo tanto, toda la energía que es absorbido es emitido dentro de la caja en forma de radiación rebotando por las paredes internas.

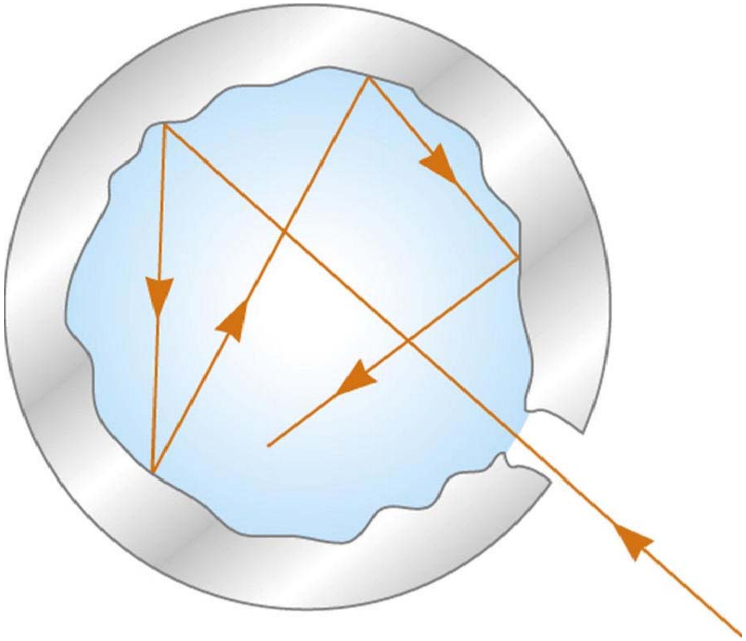


http://130.206.138.18/kaernten/BBR_ES_new_27.09.2013/el_cuerpo_negro.html

Cuerpo Negro

Evidentemente este sistema tiene que estar cerrado para que el equilibrio térmico sea posible.

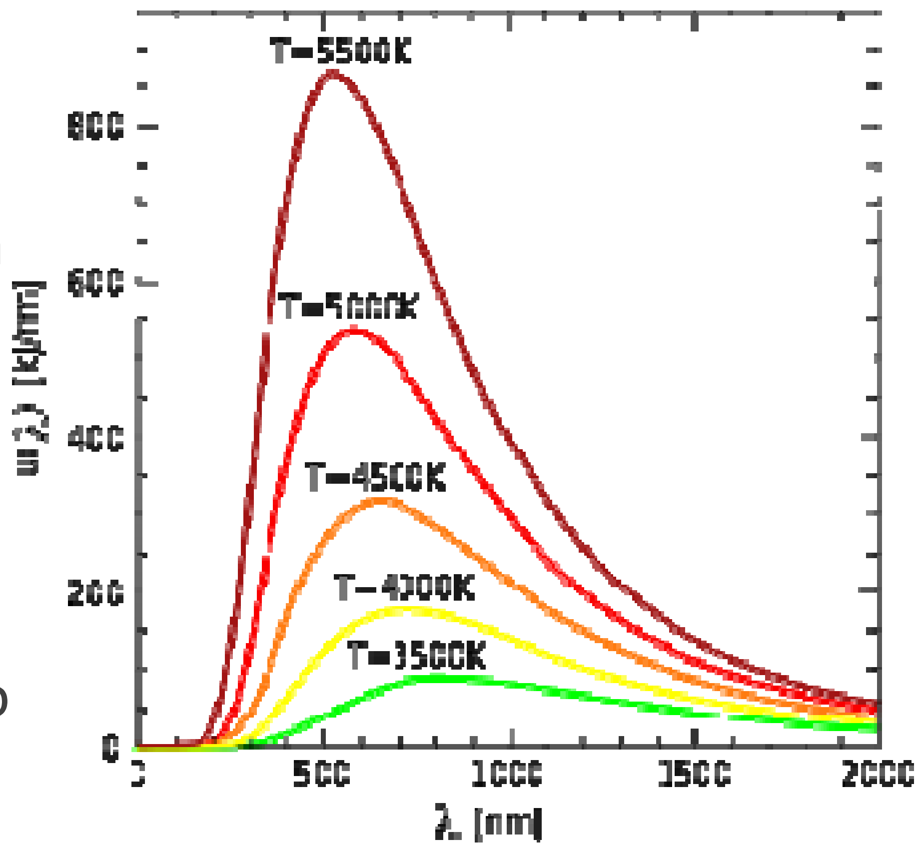
Sin embargo, podemos pensar que hacemos un agujero minúsculo por el que la radiación escapa muy poco y eso nos permite ver qué frecuencias y con qué intensidad está la radiación dentro del cuerpo negro.



Relación entre frecuencia y temperatura

Uno puede diseñar sistemas que se comporten como cuerpos negros bajo determinadas condiciones. (Desde metales al rojo, hasta altos hornos, etc).

A diferentes temperaturas, las medidas de frecuencias, o longitudes de onda y las intensidades de la radiación dieron el resultado mostrado en la figura.



Resultado

Esto nos lleva a diversas conclusiones:

1. Emite en todas las frecuencias de forma continua
2. Tiene un pico de emisión (máximo de intensidad) que se desplaza a frecuencias más altas (longitudes de onda más bajas) conforme mayor es la temperatura del cuerpo
3. El sistema cuerpo-radiación está en equilibrio

Lord Rayleigh y Sir James Jeans encontraron la forma que intentaba explicar el comportamiento del cuerpo negro, conocida como ley de Rayleigh – Jeans, la cuál nos dice:

"La forma de emitir el cuerpo negro es el producto de la frecuencia de la radiación al cuadrado por la temperatura del cuerpo"

$$v^2T$$

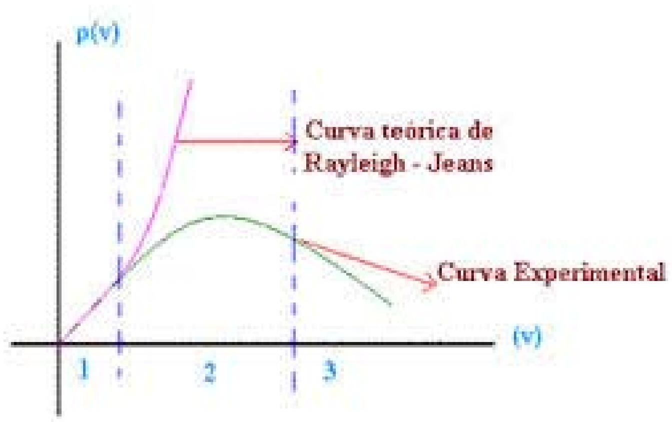
Catástrofe Ultravioleta

¡Pero el resultado fué desastroso!

El resultado de ésta ecuación indica que para frecuencias altas, la emisión de energía se va a infinito.

Lo cuál va en contra de toda la evidencia experimental y cotidiana

A este comportamiento se le conoce como **Catástrofe Ultravioleta**

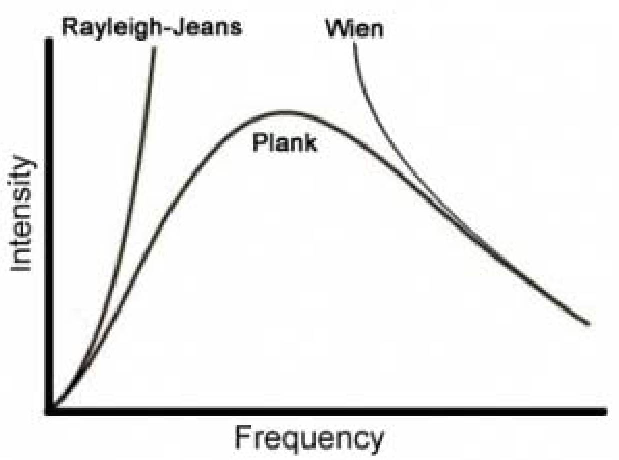


Catástrofe Infrarroja

Entonces llegó Wien y se empeñó en encontrar un resultado mejor que valiera para frecuencias altas (longitudes de onda bajas). Y lo consiguió, pero no del todo.

Encontró que al bajar en frecuencias (subir en longitudes de onda) otra vez se producía una catástrofe y se encontraba una emisión infinita de energía de nuevo.

A esta se le llamó **Catástrofe Infrarroja**



Catástrofe ultravioleta e infrarroja frente el comportamiento real de un cuerpo negro

Ley de Wien

La longitud de onda de la densidad de energía máxima (pico de emisión) es inversamente proporcional a su temperatura absoluta:

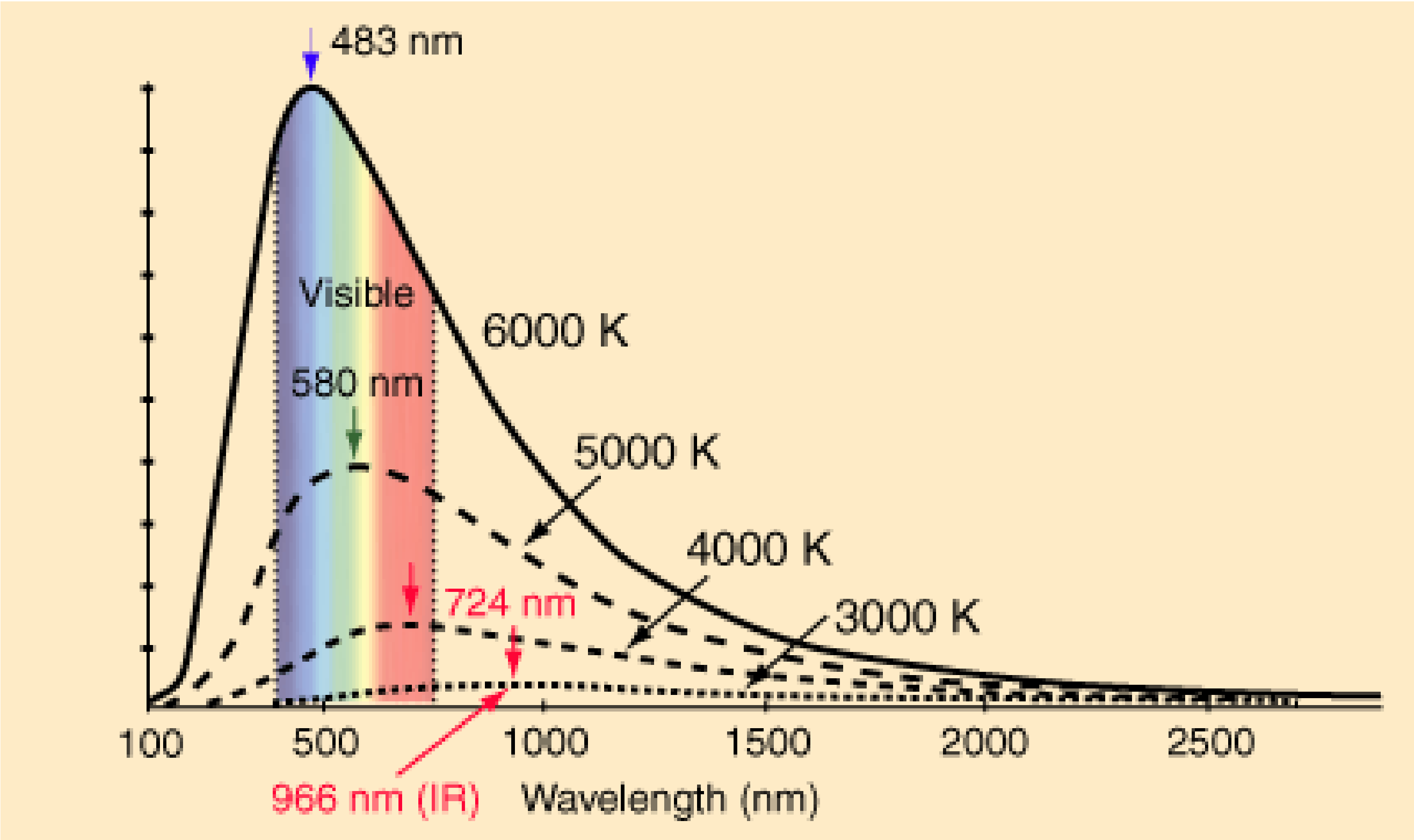
$$\lambda_{max} = \frac{0{,}0028976mK}{T}$$

$$T = temperatura\ del\ cuerpo\ en\ Kelvin\ (K)$$

$$\lambda_{max} = longitud\ de\ onda\ del\ pico\ de\ emisión\ en\ metros$$

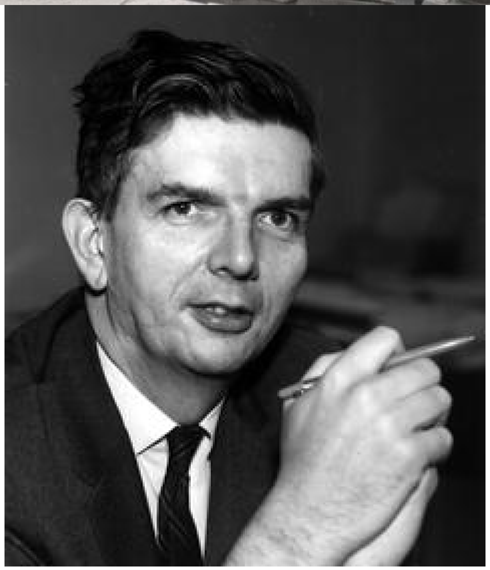
Cuando más caliente llega a estar un cuerpo negro su longitud de onda pico es más pequeña

Ley de Wien



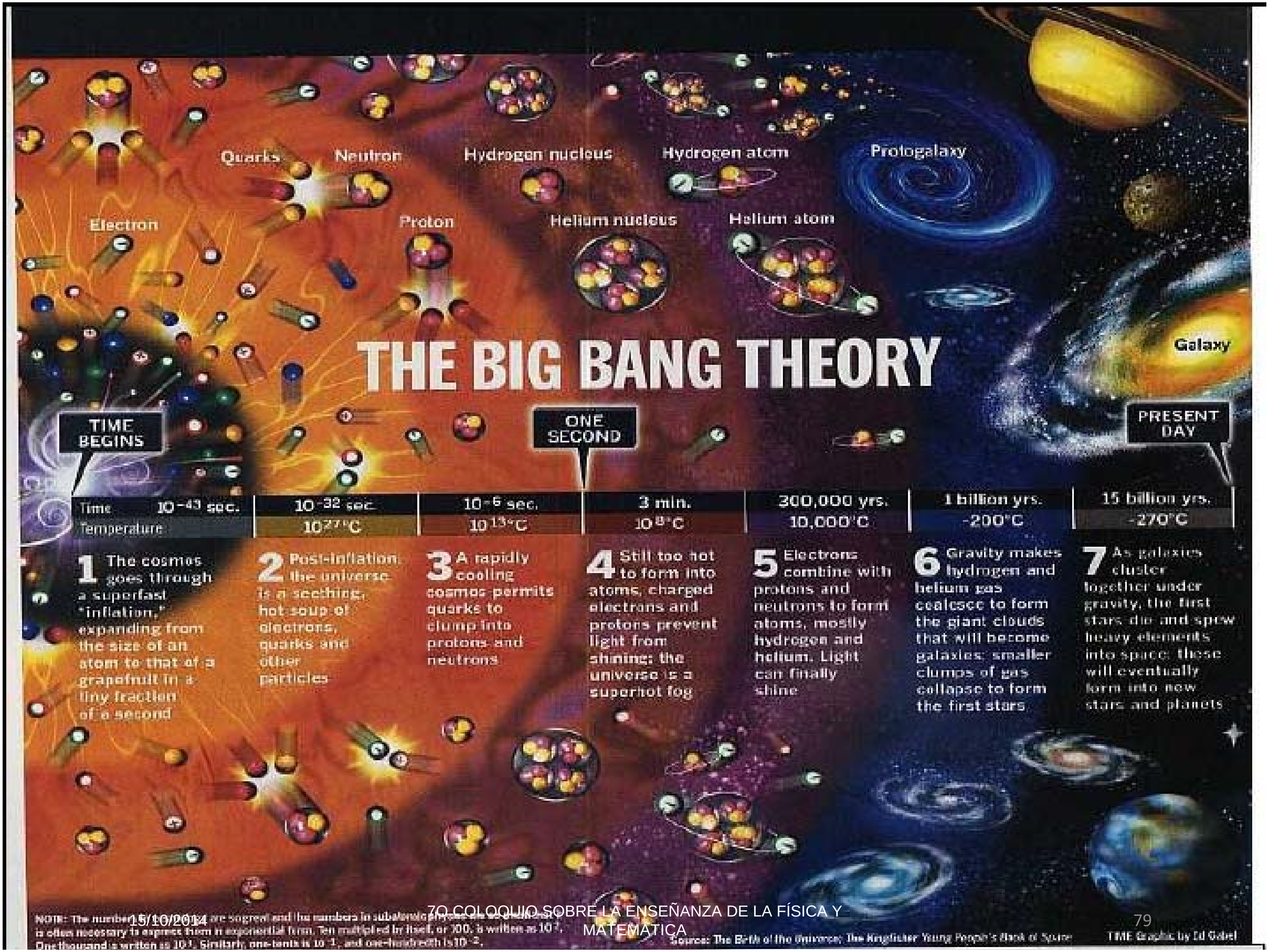
483 nm
Visible
6000 K
580 nm
5000 K
4000 K
724 nm
3000 K
100
500
1000
1500
2000
2500
966 nm (IR)
Wavelength (nm)

Herramienta para determinar Estado estacionario vs. “Big Bang”



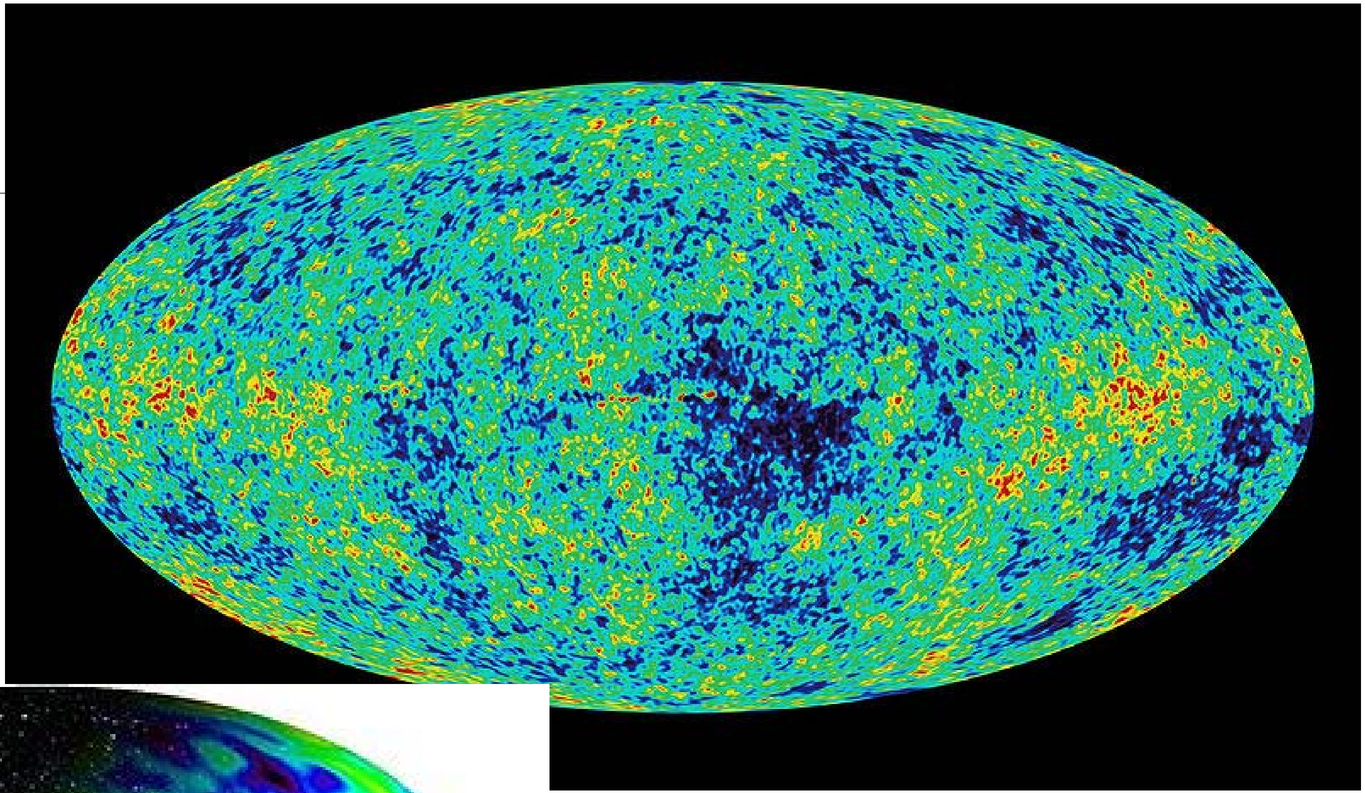
- Peebles y Dicke (en Princeton) acababan de calcular una estimación para la temperatura del ruido de fondo cósmico, y la habían encontrado que era perceptible en la región de la microonda.

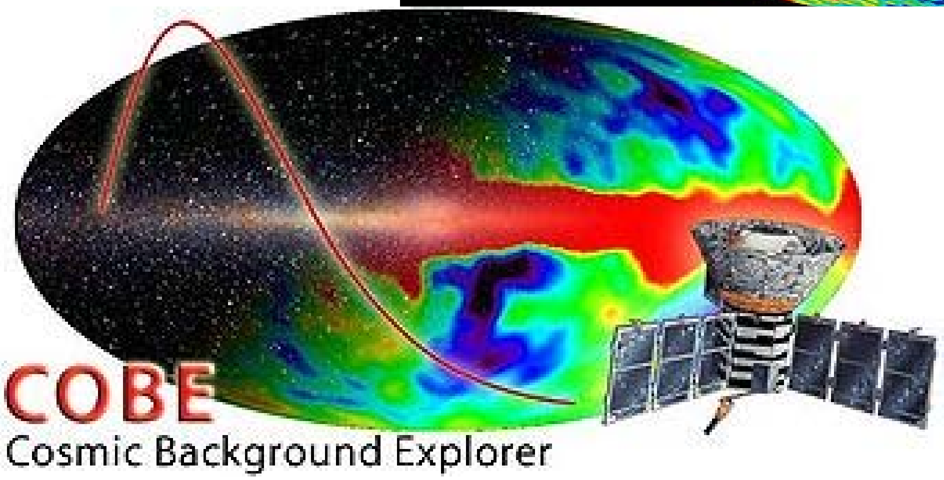
- Peebles y Dicke se convencieron de que Penzias y Wilson lo habían encontrado. Esto solucionó la pregunta del estado estacionario contra la pregunta de Big Bang.


THE BIG BANG THEORY
Quarks
Neutron
Hydrogen nucleus
Hydrogen atom
Protogalaxy
Electron
Proton
Helium nucleus
Helium atom
Galaxy
TIME BEGINS
ONE SECOND
PRESENT DAY
Time
Temperature
10-43 sec.
10-32 sec.
10^27°C
10-6 sec.
10^13°C
3 min.
10^8°C
300,000 yrs.
10,000°C
1 billion yrs.
-200°C
15 billion yrs.
-270°C
1 The cosmos goes through a superfast "inflation," expanding from the size of an atom to that of a grapefruit in a tiny fraction of a second
2 Post-inflation, the universe is a seething, hot soup of electrons, quarks and other particles
3 A rapidly cooling cosmos permits quarks to clump into protons and neutrons
4 Still too hot to form into atoms, charged electrons and protons prevent light from shining: the universe is a superhot fog
5 Electrons combine with protons and neutrons to form atoms, mostly hydrogen and helium. Light can finally shine
6 Gravity makes hydrogen and helium gas coalesce to form the giant clouds that will become galaxies; smaller clumps of gas collapse to form the first stars
7 As galaxies cluster together under gravity, the first stars die and spew heavy elements into space; these will eventually form into new stars and planets
One thousand is written as 10^3. Similarly, one-tenth is 10^-1, and one-hundredth is 10^-2.
Source: The Birth of the Universe; The Kingfisher Young People's Book of Space
TIME Graphic by Ed Gabel

Anisotropía en la radiación cósmica de fondo

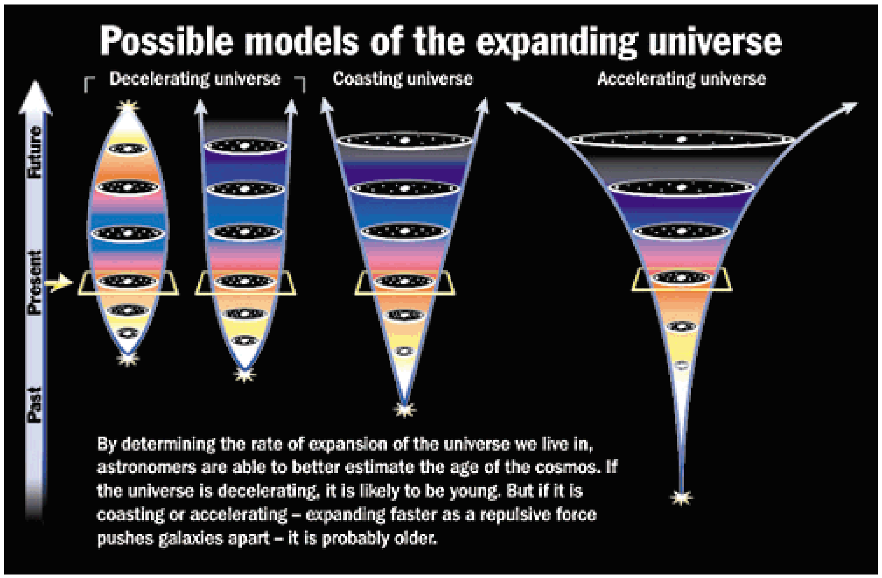
John C. Mather
y
George F. Smoot





Premio Nobel de Física 2006:
por el descubrimiento de la forma del cuerpo negro y la anisotropía de la radiación de fondo de microondas

¿Qué tan rápido la expasión se está alentando?



Saul Perlmutter (Uc Berkeley) quiso determinar el índice de la desaceleración de la expansión.

La cantidad de desaceleración depende de la densidad total media. (Estaríamos pesando el universo).

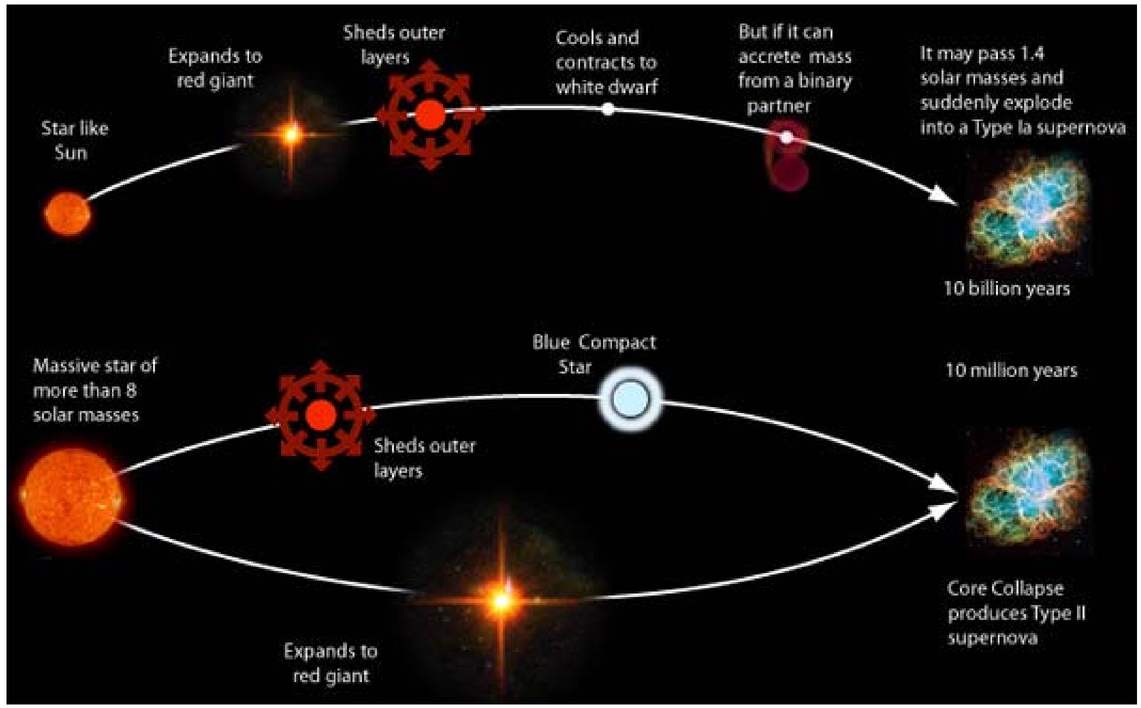
Esto llevaría a determinar la curvatura del universo y si el universo es infinito o no.

¿Qué tan rápido la expasión se está alentando?

Tomar la distancia medida de una galaxia con su desplazamiento hacia el rojo.

Consiga la distancia de un objeto en la galaxia mediante su luminosidad observada e intrínseca.

Comparar ambas distancias

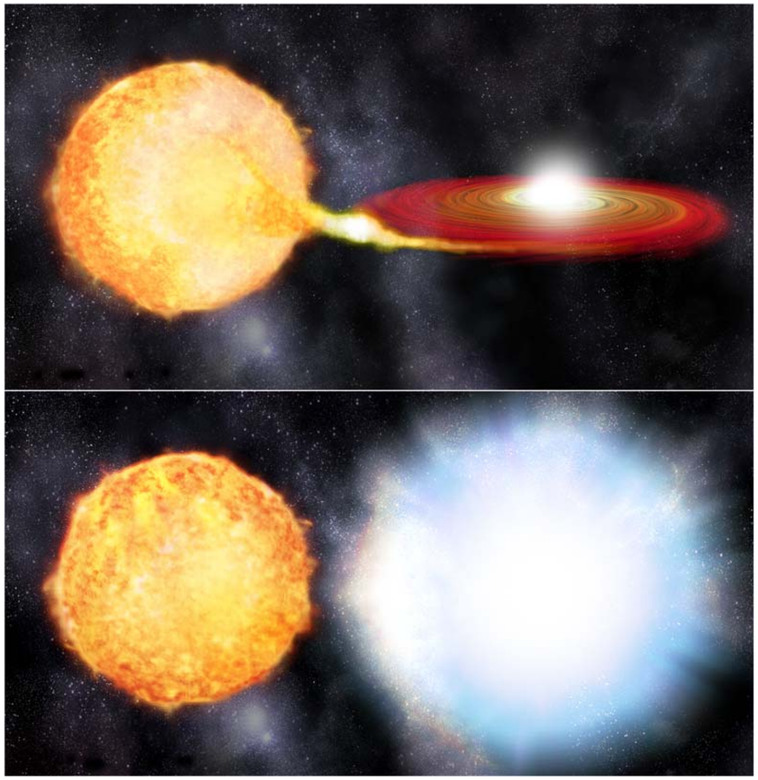


Supernovae Ia!

1. Se crea una enana blanca

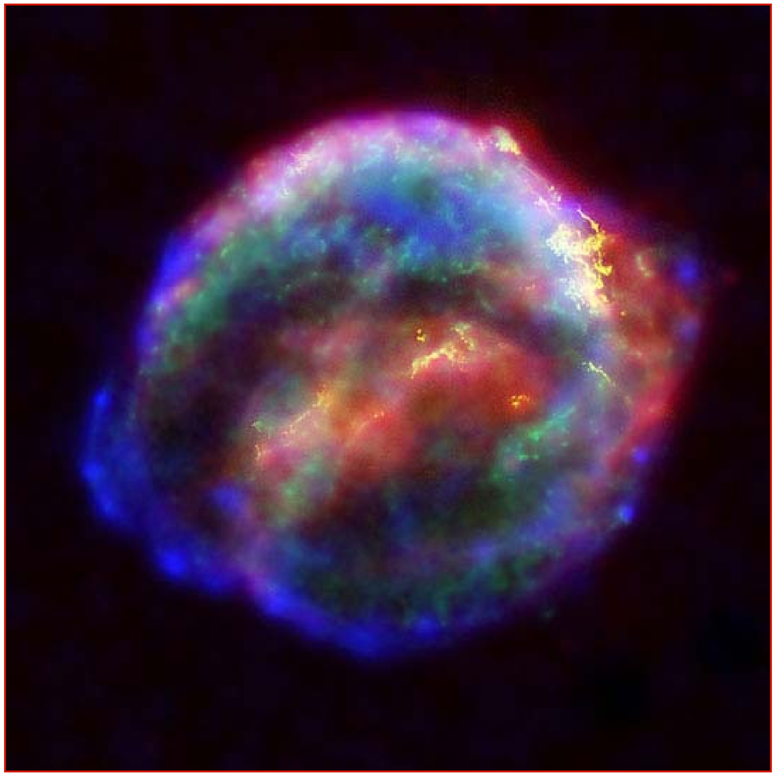
Una estrella que esta muriendo se convierte en enana blanca

2. Se descarga más masa sobre ella



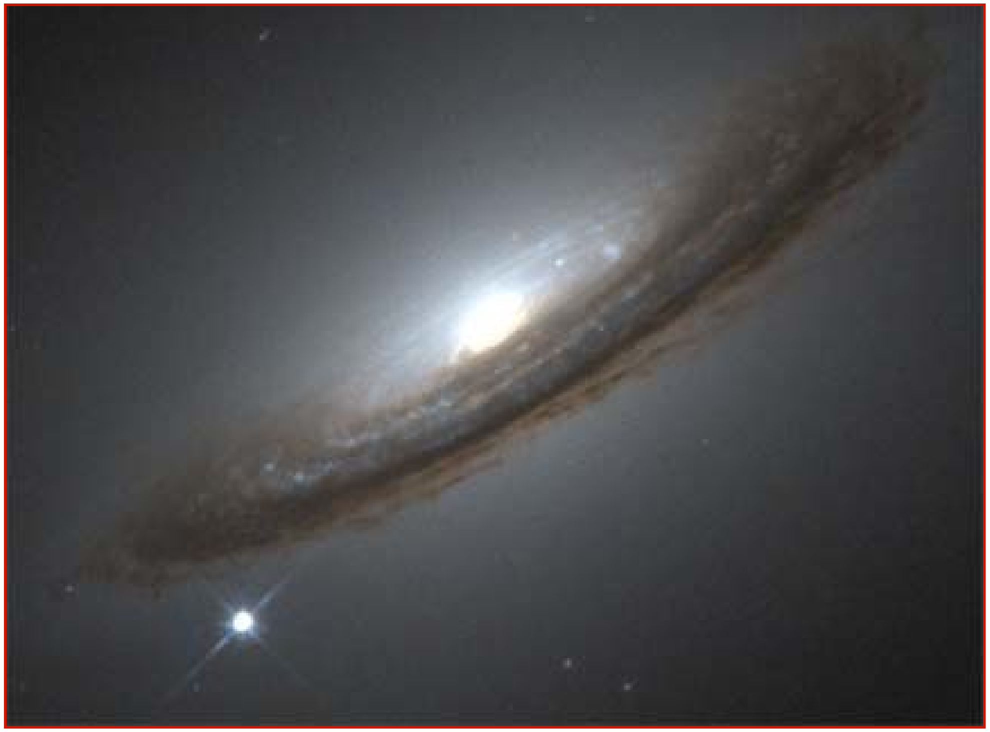
La enana blanca roba el gas de su compañero estelar….

3. Hasta que explota



….y lo usa para hacer una bomba de hidrógeno. ¡Explosión!

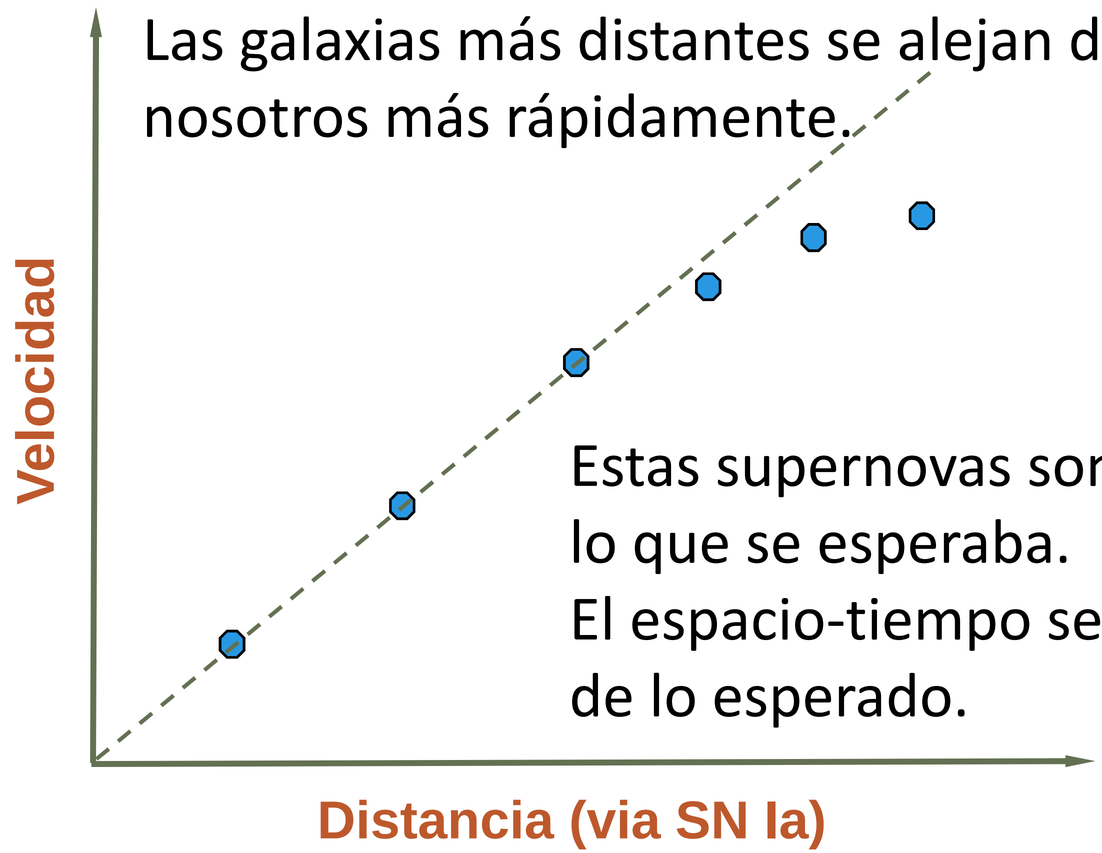
4. Se observa en una galaxia distante



La explosión es tan brillante como una galaxia completa….
….. y puede ser visto en la galaxias a través del universo.

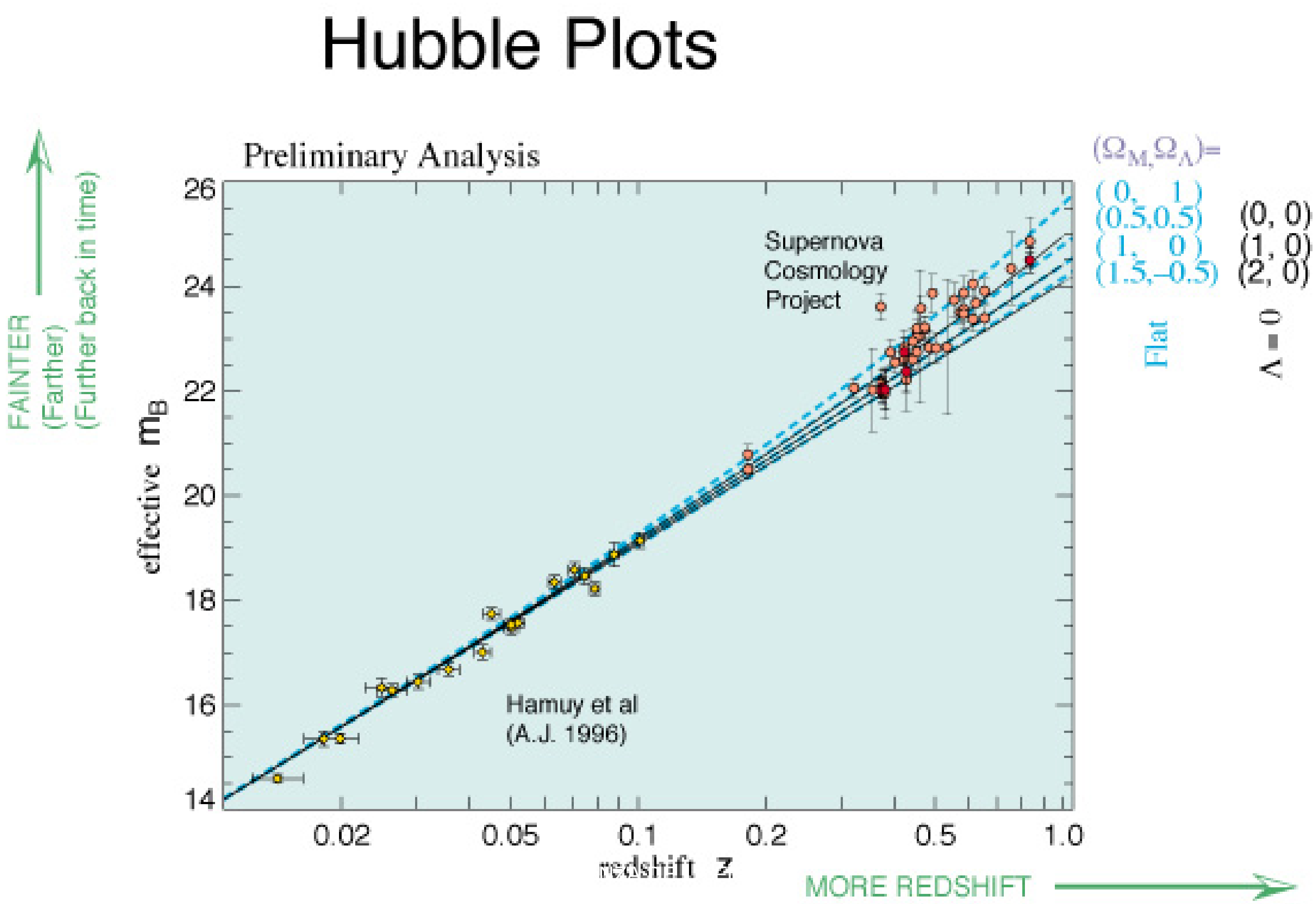
5. Comparar su distancia a su velocidad

Las galaxias más distantes se alejan de nosotros más rápidamente.

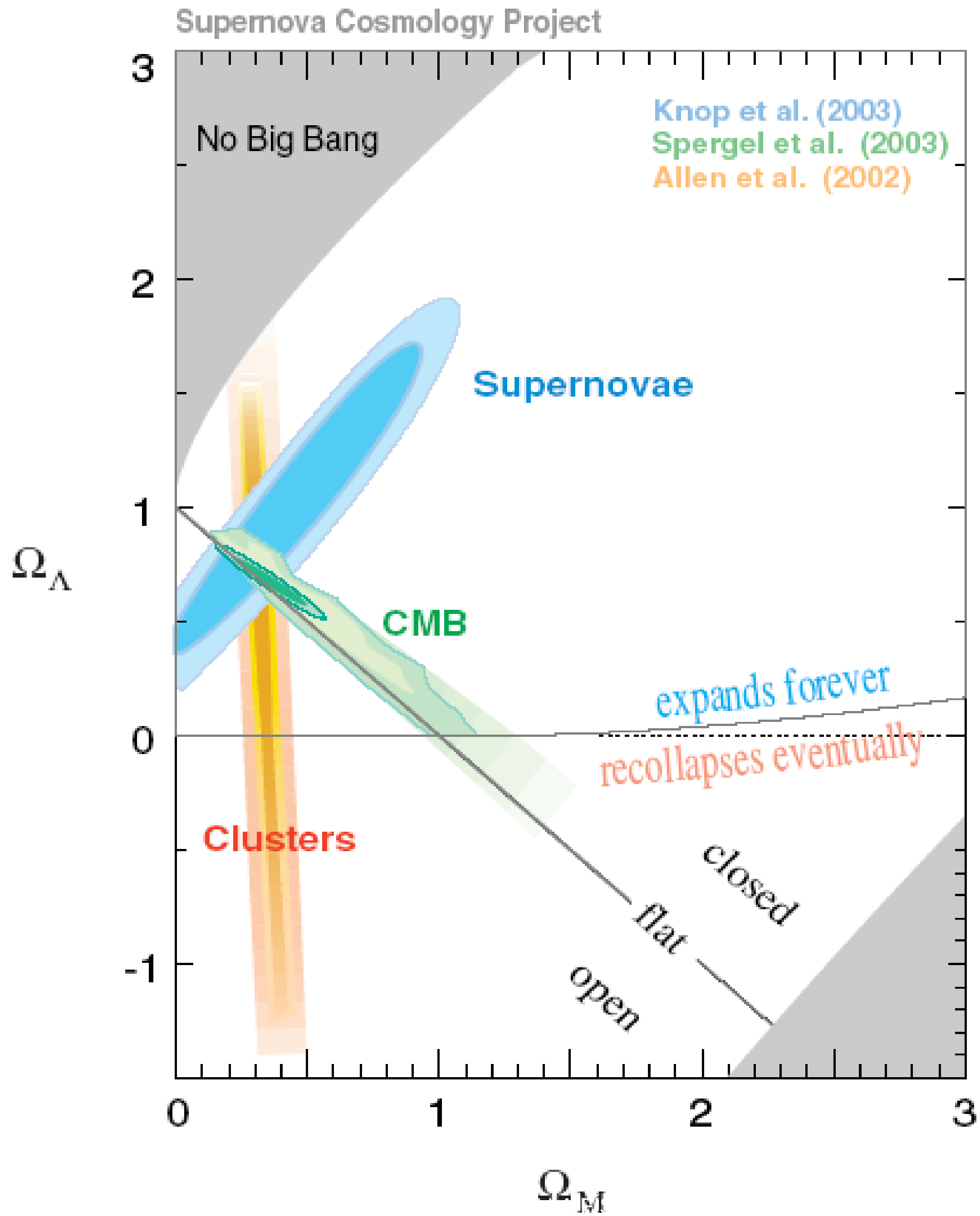


Estas supernovas son más distantes de lo que se esperaba.
El espacio-tiempo se ha expandido más de lo esperado.

Evidencia para la expansión cósmica: Supernovae tipo Ia



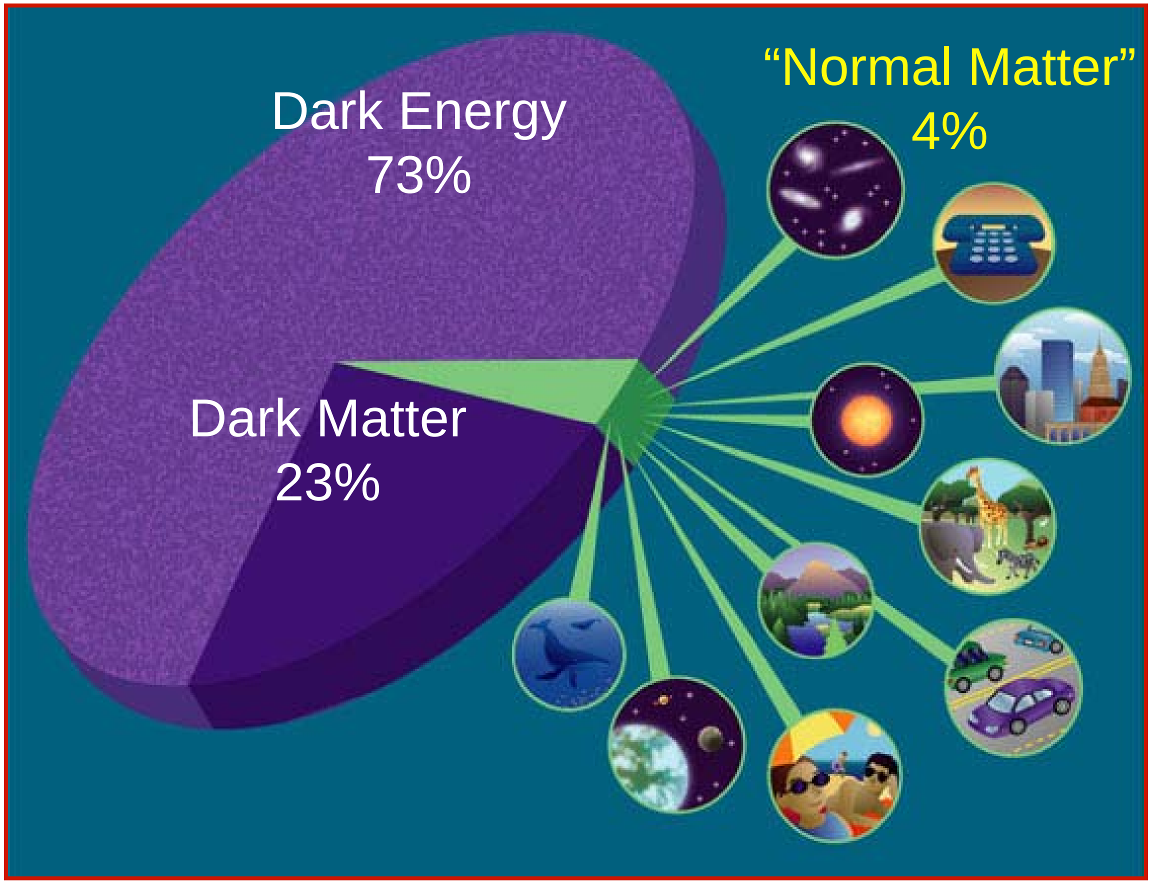
Complementaridad Cosmica:
Supernovae,
CMB,
y Clusters



1. Saul Perlmuter. The Supernova Cosmology Project del Lawrence Berkeley National Laboratory and University of California, Berkeley
2. Brian P. Schmidt. The High-z Supernova Search Team del Australian National University,Weston Creek, Australia
3. Adam G. Riess. The High-z Supernova Search Team, de la Johns Hopkins University and Space Telescope Science Institute, Baltimore

Premio Nobel de Física 2011:
por el descubrimiento de la expansión acelerada del universo por la observación de supernovas distantes

La energía oscura ocupa el 73% del Universo



¿Qué es la energía oscura?

Constante cosmológica

Relatividad General

Correcta

Quintessence (campo escalar)

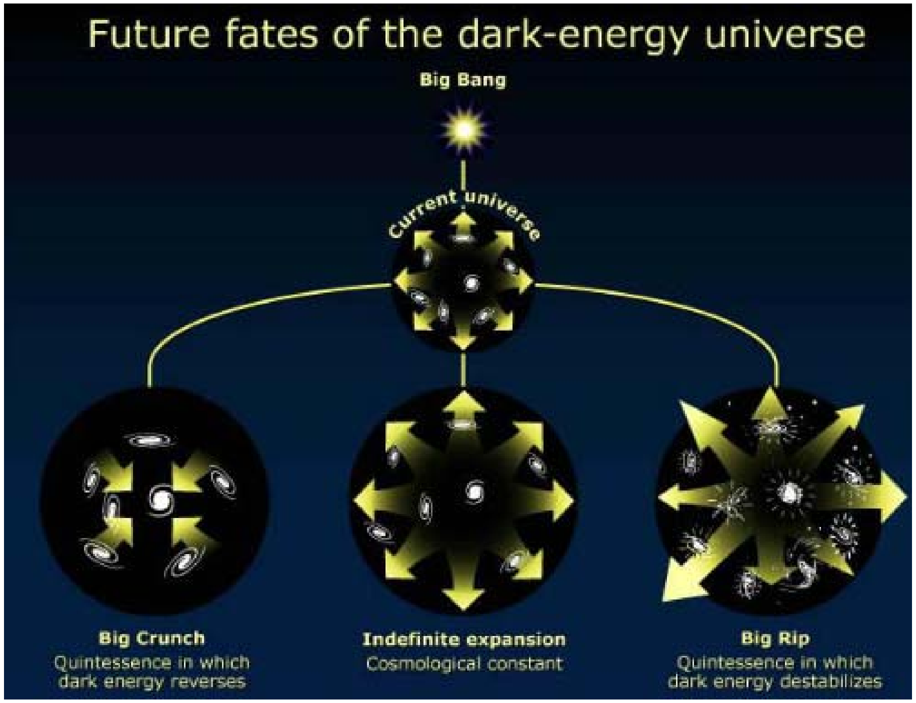
Modificaciones a la relatividad

Relatividad General

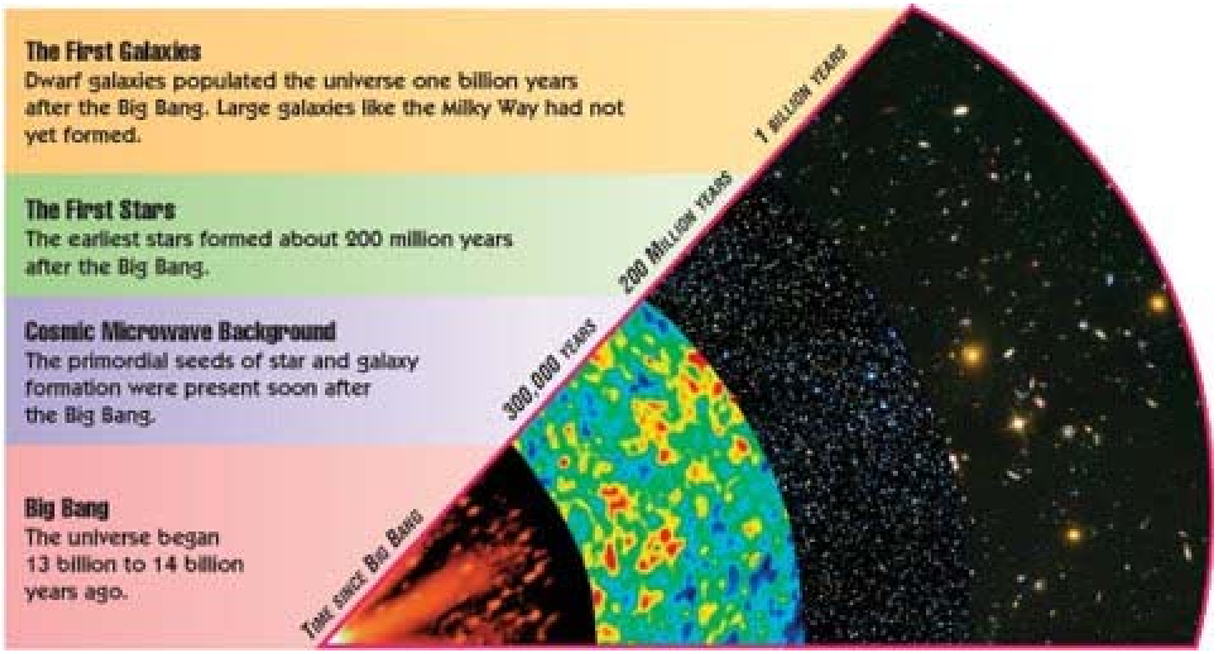
Incorrecta

Teorías de dimensiones extras

Destino del universo

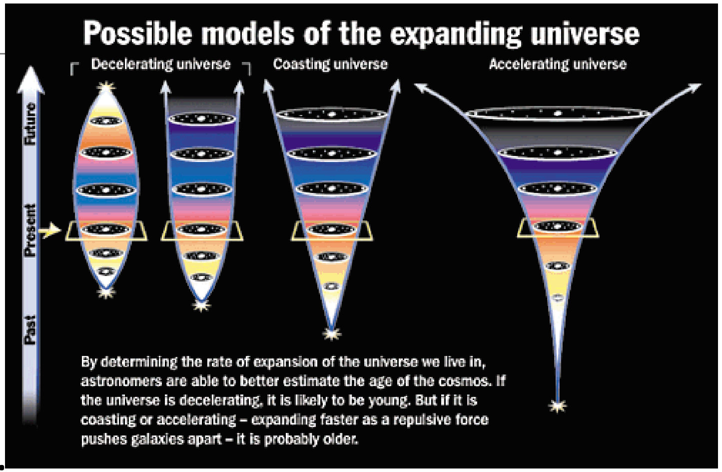


Historia del Universo



Estimando la edad del Universo

1. Supongamos que no hay gravedad en absoluto
2. Todas las galaxias se mueven a velocidad constante.
3. Así, la expansión es la descrita por la línea punteada.



Su velocidad de retroceso es constante, podemos averiguar el tiempo que lleva viajando:

distancia = velocidad X tiempo

Pero la ley de Hubble nos dice que: 1.

velocidad = constante de Hubble X distancia

De tal forma que despejando en tiempo obtenemos que:

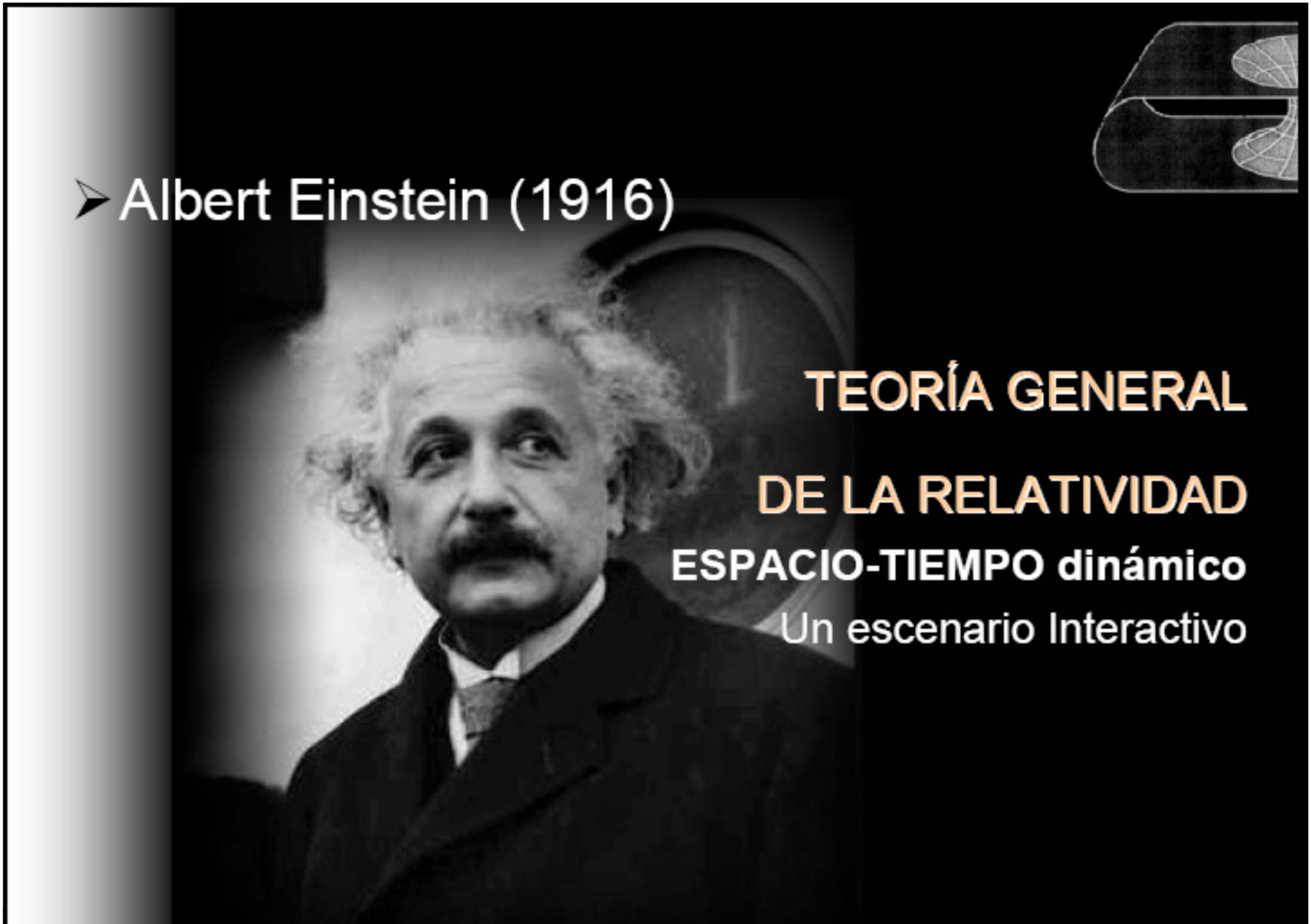
tiempo = 1/constante de Hubble

1. Con el valor que encontró Hubble se obtenia una edad del universo de:

   t = 2X10^{8} años

2. Con el valor actualmente aceptado se tiene una edad del universo de:

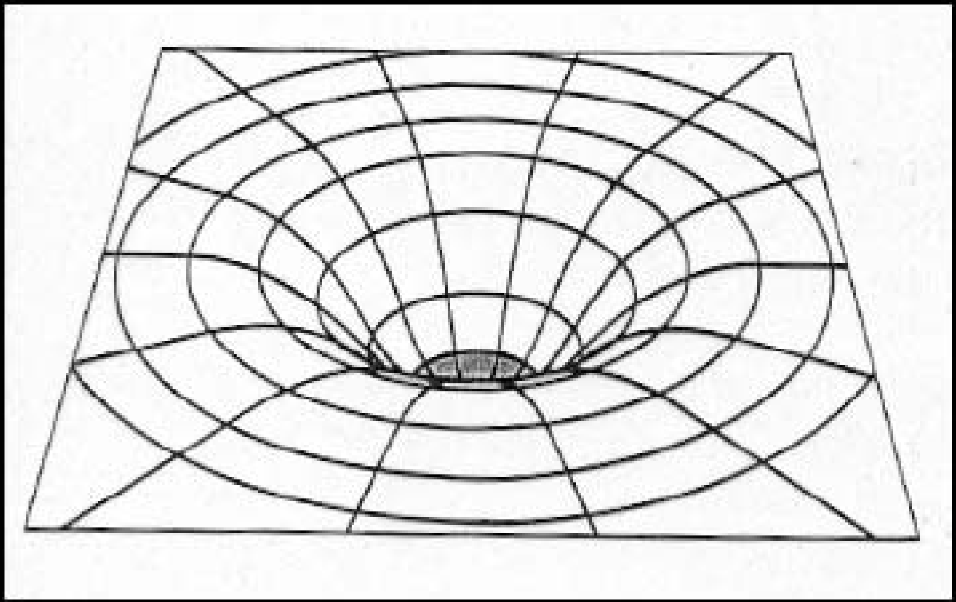
   1X10^{9} años < t < 2X10^{9} años



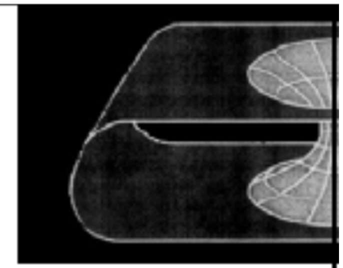
Albert Einstein (1916)
TEORÍA GENERAL
DE LA RELATIVIDAD
ESPACIO-TIEMPO dinámico
Un escenario Interactivo

Relatividad General

- Para sistemas de referencia no inerciales.
- Describe la teoría de la gravedad de Newton.
- La gravitación de Newton está representada como curvatura, giro o estrechamiento de la geometría del espacio-tiempo.
- El espacio-tiempo se modifica debido a la presencia de la materia.



Relatividad General



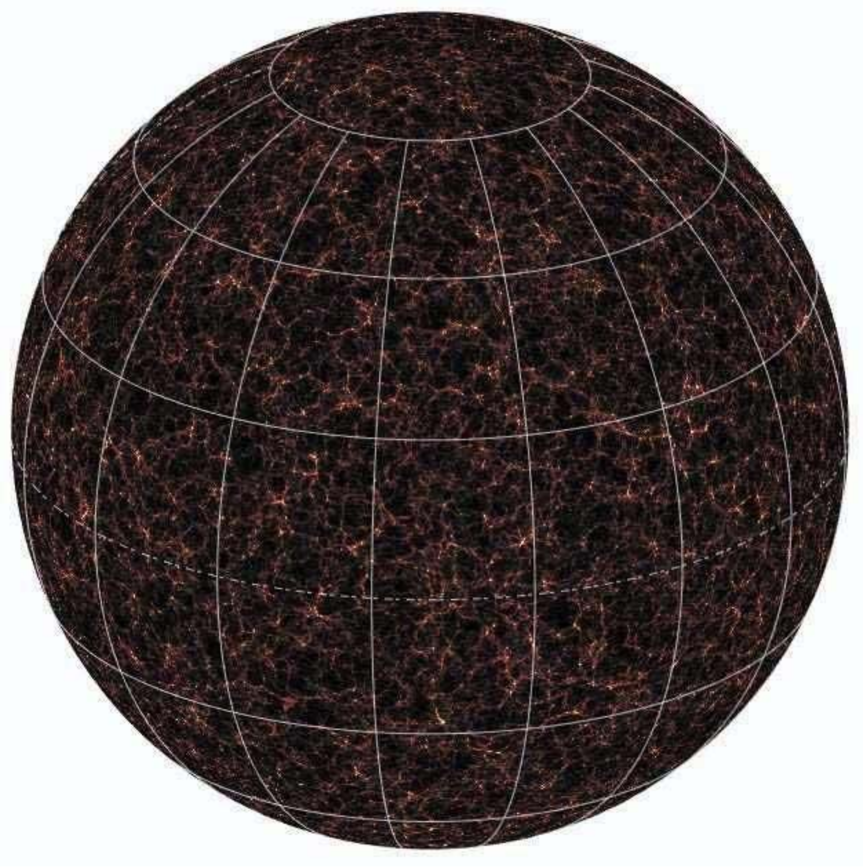
Las ideas principales que guiaron a Einstein a construir la teoría general de la relatividad son:

- Principio de covariancia general: Escribir las leyes físicas en forma tensorial
- El principio de equivalencia: Descripción de la gravedad como la geometría del espacio-tiempo.
- Principio de Mach: Dicha geometría debe ser alterada por la distribución de la energía-materia.

Ecuaciones dinámicas sin Relativivad General

Consideremos al Universo como una esfera, la cual esta llena de un fluido perfecto de gas ideal, cuyos componentes son las galaxias.

Recodemos que estas galaxias se distribuyen homogéneamente en la esfera.



Ecuación de Friedmann

Supongamos que tenemos una galaxia a una distancia R del centro de la esfera (R depende del tiempo ya que el Universo se expande)

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{R}$$

Ecuación de Friedmann

Supongamos que tenemos una galaxia a una distancia R del centro de la esfera (R depende del tiempo ya que el Universo se expande)

$$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{R}$$

La masa M de la materia que interactúa con la galaxia está dada por:

$$M = \frac{4}{3} \rho \pi R^3$$

Ecuación de Friedmann

Supongamos que tenemos una galaxia a una distancia R del centro de la esfera (R depende del tiempo ya que el Universo se expande)

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R}$$

La masa M de la materia que interactúa con la galaxia está dada por:

$$M = \frac{4}{3}\rho\pi R^3$$

Sustituyendo la ley de Hubble y la masa del Universo, se tiene que:

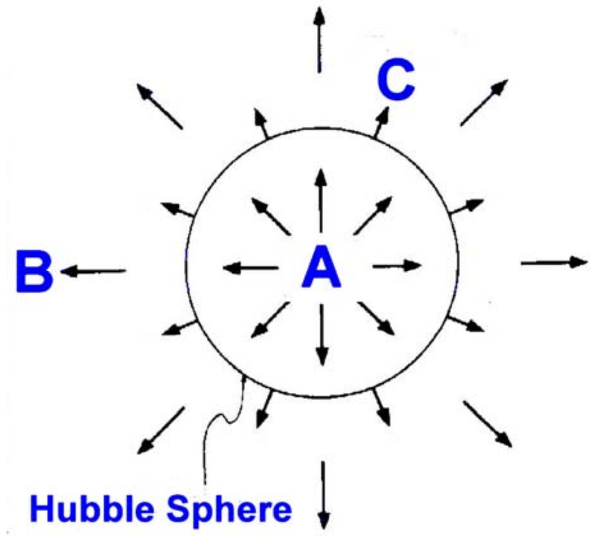
$$H^2 = \frac{8G\pi}{3}\rho - \frac{k}{R^2} \qquad (1)$$

donde

$$k = -\frac{2E}{m} \qquad H(t) = \frac{\dot{R}}{R}$$

Ecuación termodinámica

Como sabemos, Einstein demostró que $E = mc^2$



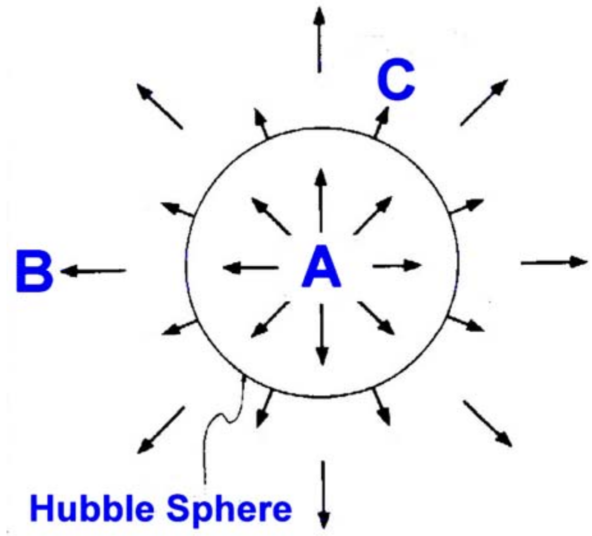
La cantidad de energía que se requiere para expandir la esfera es igual al trabajo realizado por ella sobre su exterior:

$$dE = -dW = -pdV$$

La energía es proporcional a la masa m, la cual puede escribirse en términos de la densidad y, por otro lado, el volumen es proporcional al cubo de R, por lo que:

Ecuación termodinámica

Como sabemos, Einstein demostró que $E = mc^2$



La cantidad de energía que se requiere para expandir la esfera es igual al trabajo realizado por ella sobre su exterior:

$$dE = -dW = -pdV$$

La energía es proporcional a la masa m, la cual puede escribirse en términos de la densidad y, por otro lado, el volumen es proporcional al cubo de R, por lo que:

$$d(\rho R^3) + pd(R^3) = 0 \qquad \text{donde} \qquad \begin{cases} \rho = \rho(t) \\ p = p(t) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \qquad \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0 \qquad (2)$$

Ecuación de Raychaudhuri

Si combinamos las ecuaciones (1) y (2), obtenemos la conocida ecuación de Raychaudhuri para este modelo:

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3p\right) \qquad (3)$$

Esta ecuación nos dice la “aceleración” el factor de escala R y, por tanto, podríamos saber si el contenido material el Universo hace que la velocidad de expansión aumente, disminuya o permanezca igual en el tiempo.

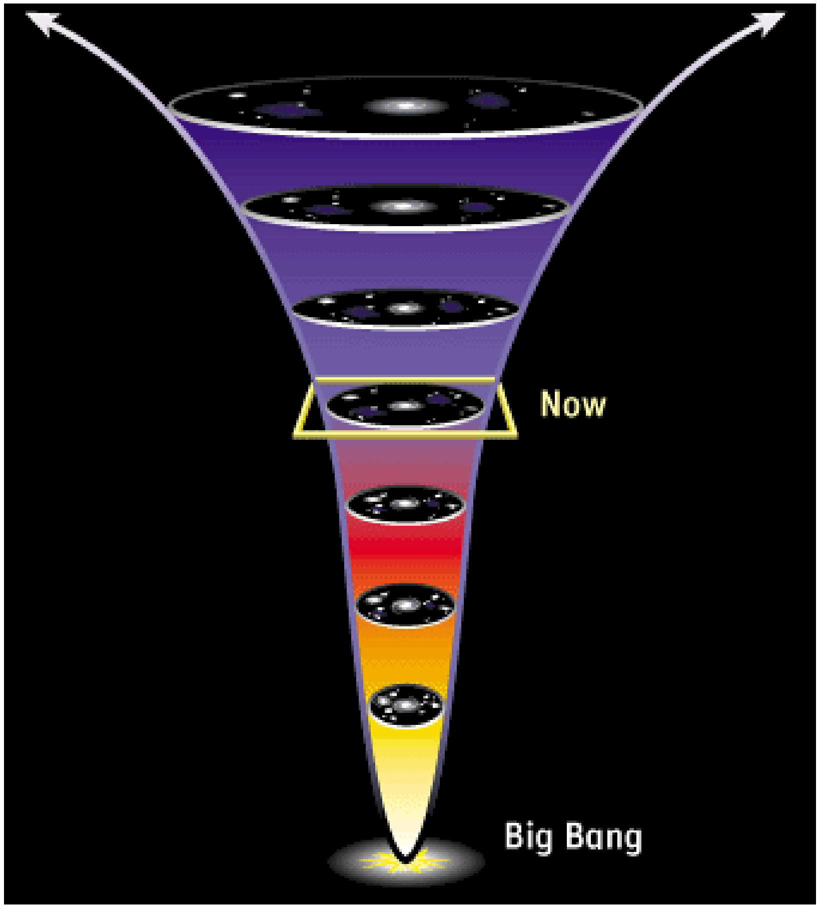
Derivation of the Raychaudhuri Equation
Naresh Dadhich
http://arxiv.org/abs/gr-qc/0511123

Resumen de ecuaciones dinámicas para describir el Universo

$$H^2 = \frac{8G\pi}{3}\rho - \frac{k}{R^2} \qquad (1)$$

$$\dot{\rho} + 3H\left(\rho + p\right) = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3p\right) \qquad (3)$$



Ecuaciones de evolución desde la Relatividad General

Partimos de la métrica esféricamente simétrica de curvatura constante más general, métrica de Robertson-Walker:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right]$$

Junto con el tensor de energía momento de un fluido perfecto:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu}$$

Las componentes *00* y *ij* de las ecuaciones de Einstein son:

$$\frac{3\left(\dot{R}^2 + k\right)}{R^2} = \kappa\rho \qquad 2R\ddot{R} + \dot{R}^2 + k = \kappa pR^2$$

Ecuaciones de evolución desde la Relatividad General

Y, combinando las dos ecuaciones anteriores

$$\frac{3\left(\dot{R}^2+k\right)}{R^2}=\kappa\rho \qquad 2R\ddot{R}+\dot{R}^2+k=\kappa pR^2$$

Obtenemos la ecuación de Raychaudhuri:

$$\frac{\ddot{R}}{R}=-\frac{4\pi G}{3}\left(\rho+3p\right) \qquad (3)$$

Y la primera ecuación es la ecuación de Friedmann:

$$H^2=\frac{8G\pi}{3}\rho-\frac{k}{R^2} \qquad (1)$$

Ecuaciones de evolución desde la Relatividad General

Finalmente, se calcula la derivada covariante del tensor de energía momento, la cual es una ecuación de conservación, en este caso del fluido perfecto:

$$T_{\mu\nu;}{}^{\nu} = 0$$

La componente 0, es la única distinta de cero:

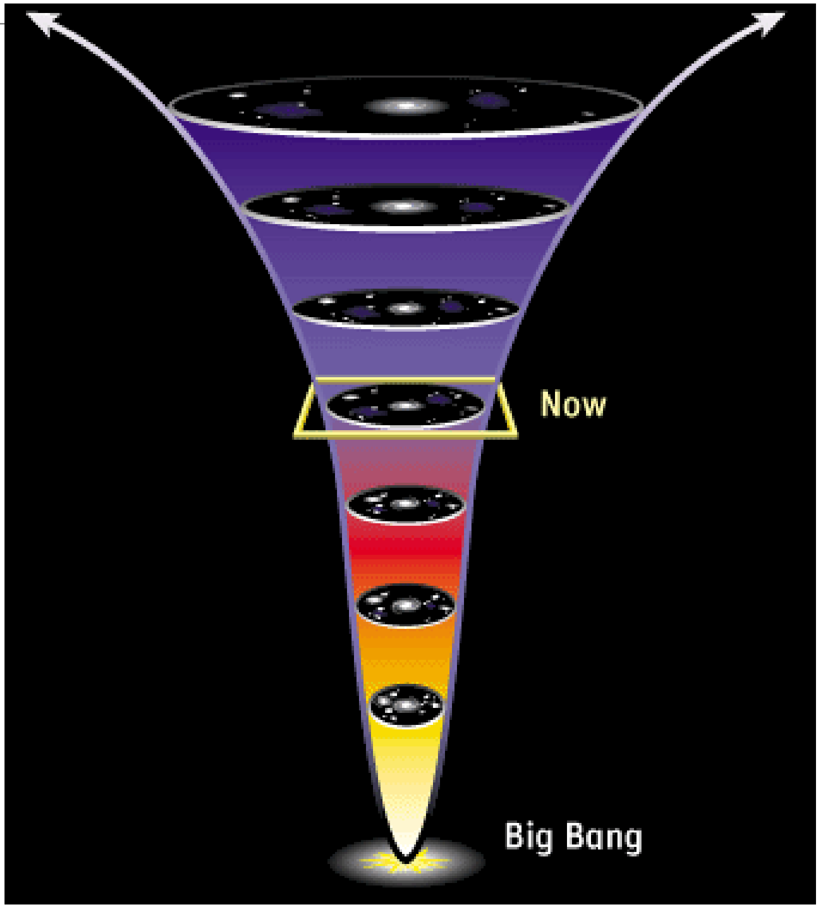
$$\dot{\rho} + 3H\left(\rho + p\right) = 0 \qquad (2)$$

Resumen de ecuaciones dinámicas para describir el Universo

$$H^2 = \frac{8G\pi}{3}\rho - \frac{k}{R^2} \qquad (1)$$

$$\dot{\rho} + 3H\left(\rho + p\right) = 0 \qquad (2)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3p\right) \qquad (3)$$



Corrimiento al rojo

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)\right]$$

Considerando $d\theta = d\phi = 0$, dado que son constantes a lo largo de las geodésicas, se tiene que:

$$ds^2 = c^2dt^2 - R^2(t)dr^2 = c^2dt^2 - dl^2 = dt^2(c^2 - v^2)$$

y, como el momento de una partícula relativista es:

$$p = m\left(\frac{dl}{ds}\right)c = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Uno puede demostrar que $pR = cte$ es constante a lo largo de una geodésica. Considerando un fotón emitido en el tiempo t_1 con frecuencia ν_1 (que es proporcional a p) el cual es observado en un punto P en el tiempo t_0 con frecuencia ν_0, tenemos que: $\nu_0 R(t_0) = \nu_1 R(t_1)$.

$$1 + z = \frac{R(t_0)}{R(t_1)}, \qquad \text{donde } z = \frac{\lambda_0 - \lambda_1}{\lambda_1}, \qquad z = 0 \text{ es época actual.}$$

Ecuación de estado del gas ideal

Así como necesitamos saber la forma en la que se expande la esfera con la que estamos modelando a nuestro Universo, también necesitamos saber el tipo de contenido que hay en dicha esfera.
De lo que podemos observar con telescopios, radiotelescopios, etc., podemos ver que hay materia tipo polvo (planetas, cometas, estrellas, galaxias), tipo radiación (luz, señales de radio, etc.)
Este tipo de materia esta se modela mediante una ecuación de estado del gas de la forma

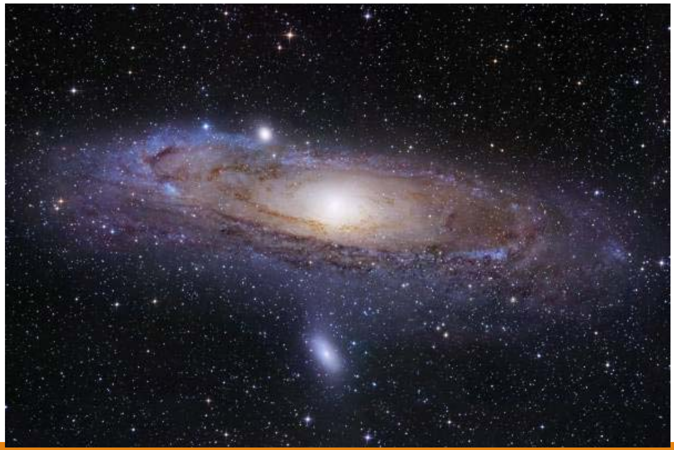
$$p = \omega \rho$$

donde

$p = \frac{1}{3}\rho$, para radiación

$p = 0$, para polvo

$p = -\rho$, para cte. cosmológica



Solución a la ecuación termodinámica

La ecuación termodinámica se puede integrar si sustituimos la ecuación de estado mencionada:

$$\frac{d\rho}{dt} = -3(\rho + p)\frac{dR}{Rdt}$$

$$= -3\omega\rho\frac{dR}{Rdt}$$

cuya solución esta dada por:

$$\rho \propto R^{-3(1+\omega)}$$

que para radiación y polvo se tiene que:

$$\rho \propto R^{-3}, \qquad polvo\ (\mathrm{DM})$$

$$\rho \propto R^{-4}, \qquad radiación\ (\mathrm{DR})$$

$$\rho \propto cte, \qquad cte.\cos mológica\ (\Lambda)$$

Densidad crítica

Reacomodemos la ecuación de Friedmann de la siguiente forma:

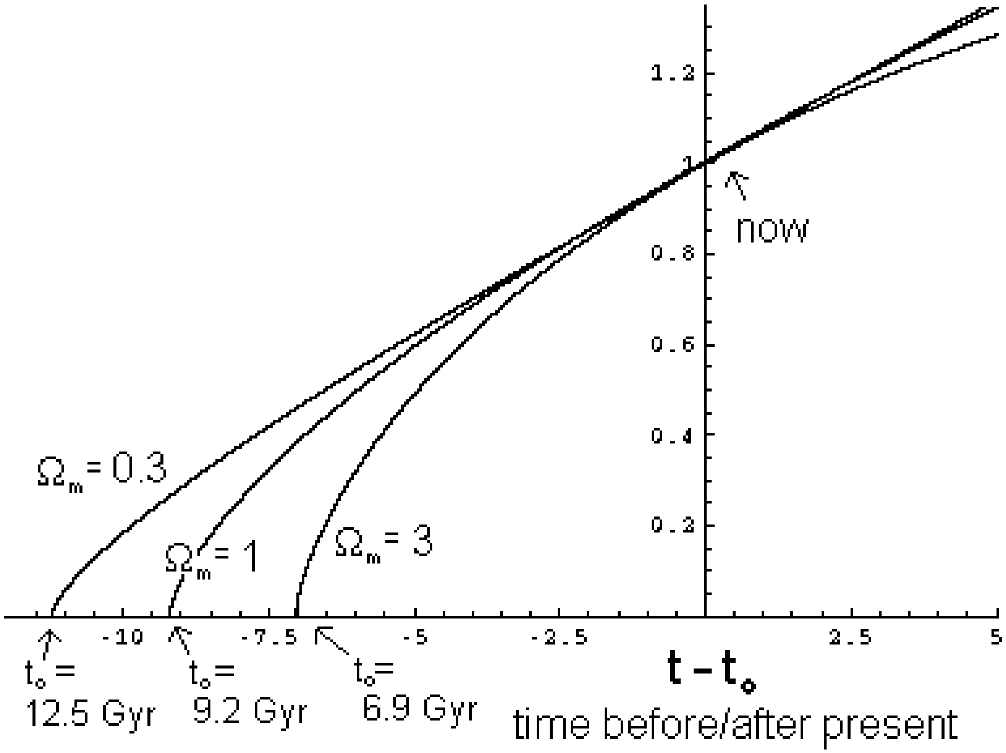
$$1 = \frac{8}{3}\frac{G\pi\rho}{H^2} - \frac{k}{H^2R^2}$$

De aquí se tiene que:

$$\frac{k}{H^2R^2} = \Omega - 1, \qquad \Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$$

$$\text{con } \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

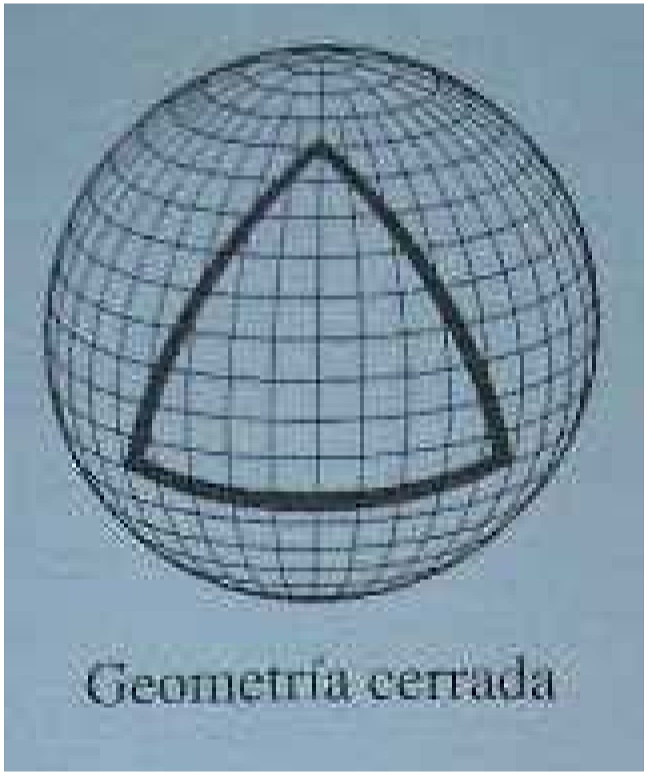
El valor actual de esta densidad crítica es equivalente a tres átomos de hidrógeno por metro cúbico.



Modelo de Friedmann

Si $\rho > \rho_c$ entonces $\Omega > 1$, de esta forma k es positiva

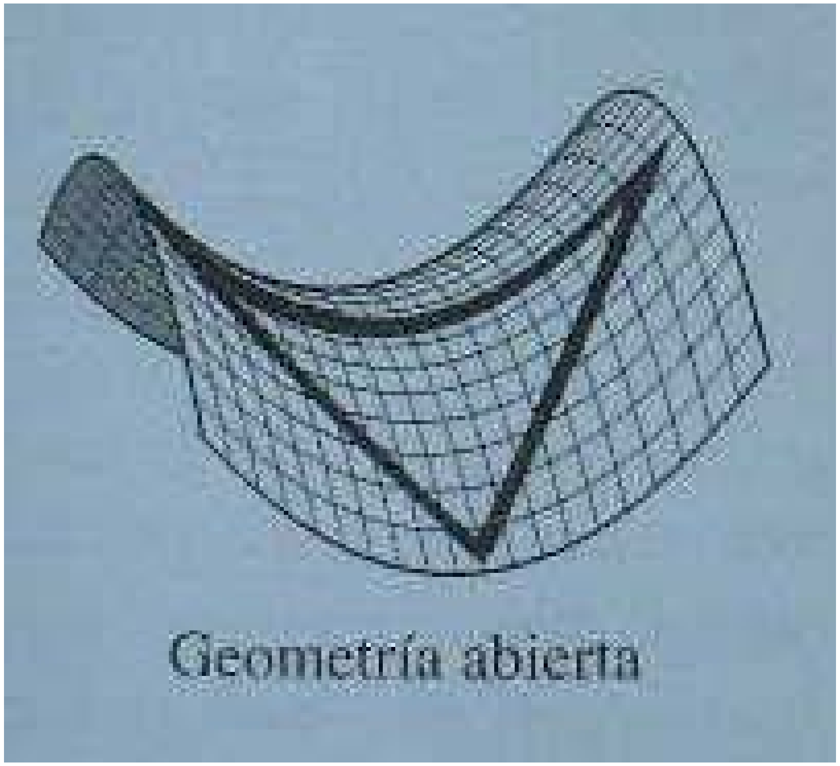
1. Los modelos de universo cerrado, los cuales son modelos en expansión en donde existe la densidad de masa suficiente como para detener la expansión, que el universo alcance un tamaño máximo y, posteriormente, se contraiga hasta colapsar a un tamaño de universo igual a cero.



Modelo de Friedmann

$$\text{Si } \rho < \rho_c \text{ entonces } \Omega < 1, \text{ de esta forma } k \text{ es negativa}$$

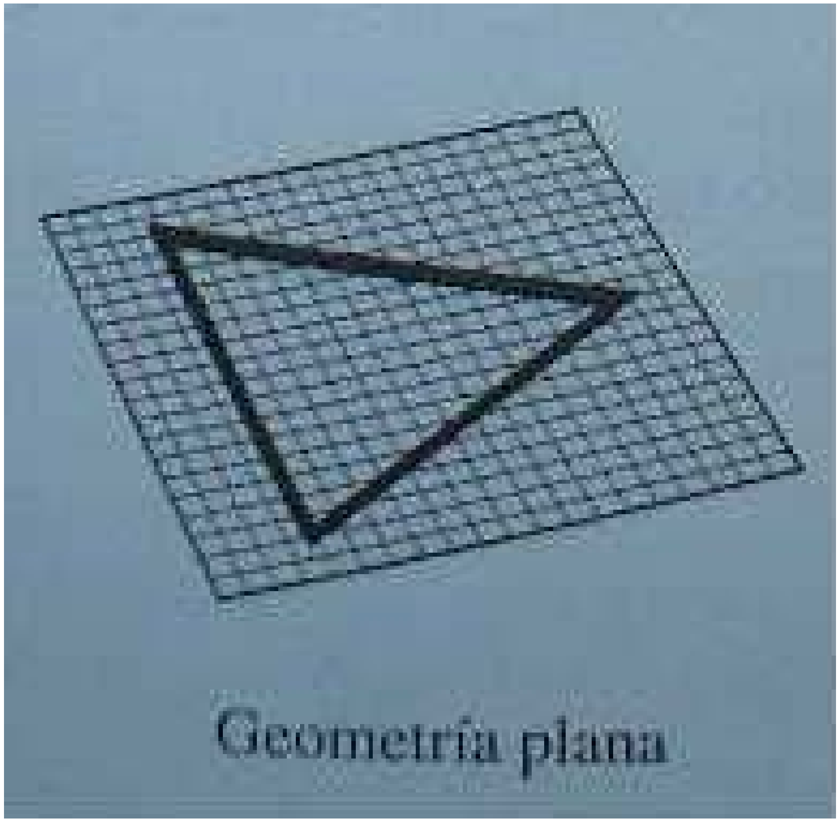
2. Los modelos de universo abiertos, que también son modelos en expansión en donde la densidad de masa es lo suficientemente baja, de tal forma que el campo gravitatorio es demasiado débil como para detener la expansión. Este tipos de modelos tienen una geometría que se curva en cierto sentido lejos de sí mismo, produciendo un espacio infinito. La velocidad de separación entre las galaxias siempre esta aumentando.



Modelo de Friedmann

$$\text{Si } \rho = \rho_c \text{ entonces } \Omega = 1, \text{ de esta forma } k \text{ es cero}$$

3. Este tipo de modelos son la frontera entre los universos abiertos y cerrados. Es decir, el caso límite pueda obtenerse llevando la densidad de masa del modelo cerrado hasta su valor más bajo posible, o la densidad de masa del modelo abierto a su valor más alto posible. Este tipo de universos no son cerrados ni abiertos: son euclidianos, por lo que reciben el nombre de universos planos. El volumen espacial, en este tipo de modelos es infinito. La diferencia con el modelo abierto esta en la velocidad de separación de las galaxias: en este caso tiende a cero.



Factor de escala

La ecuación que nos hace falta resolver es la de Friedmann:

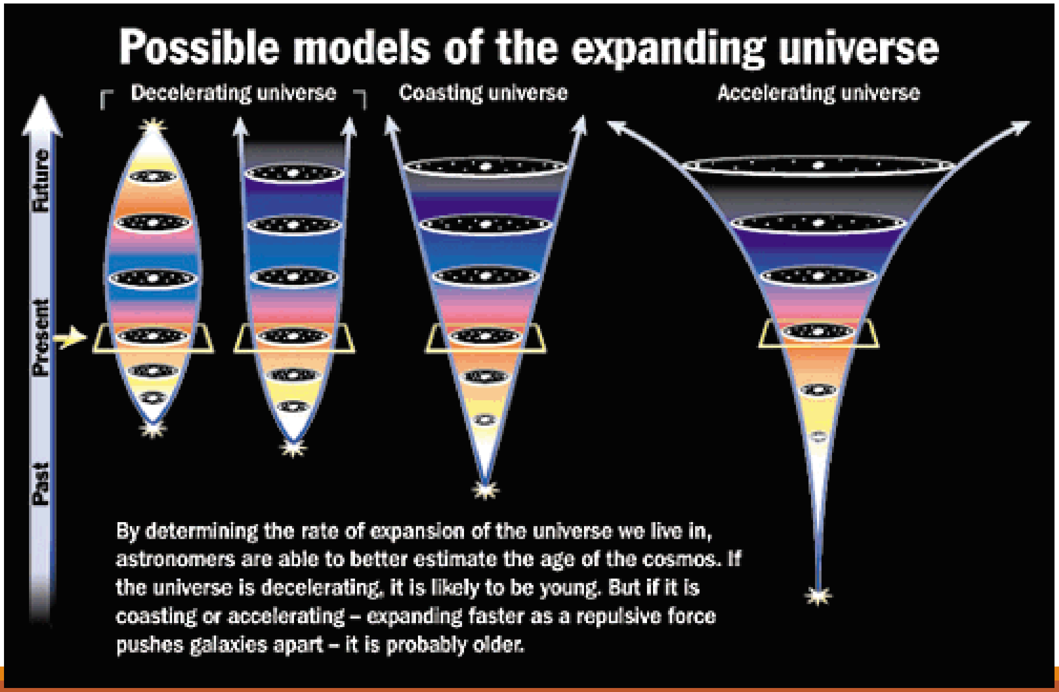
$$\frac{dR(t)}{dt} = \frac{8}{3}G\pi\rho(t)R^2(t) - k$$

La cual es posible resolver si ya conocemos la densidad para diferentes tipos de modelos descritos por diferentes valores de k, en este caso consideraremos $k=0$

$$R(t) \propto t^{1/2}, \qquad \rho \propto t^{-2},\ \mathrm{DR}$$

$$R(t) \propto t^{2/3}, \qquad \rho \propto t^{-2},\ \mathrm{DM}$$

$$R(t) \propto \mathrm{e}^{\alpha t}, \qquad \rho \propto cte,\ \Lambda$$



Deceleración

La ecuación de Raychaudhuri nos define un parámetro que nos mide la deceleración el

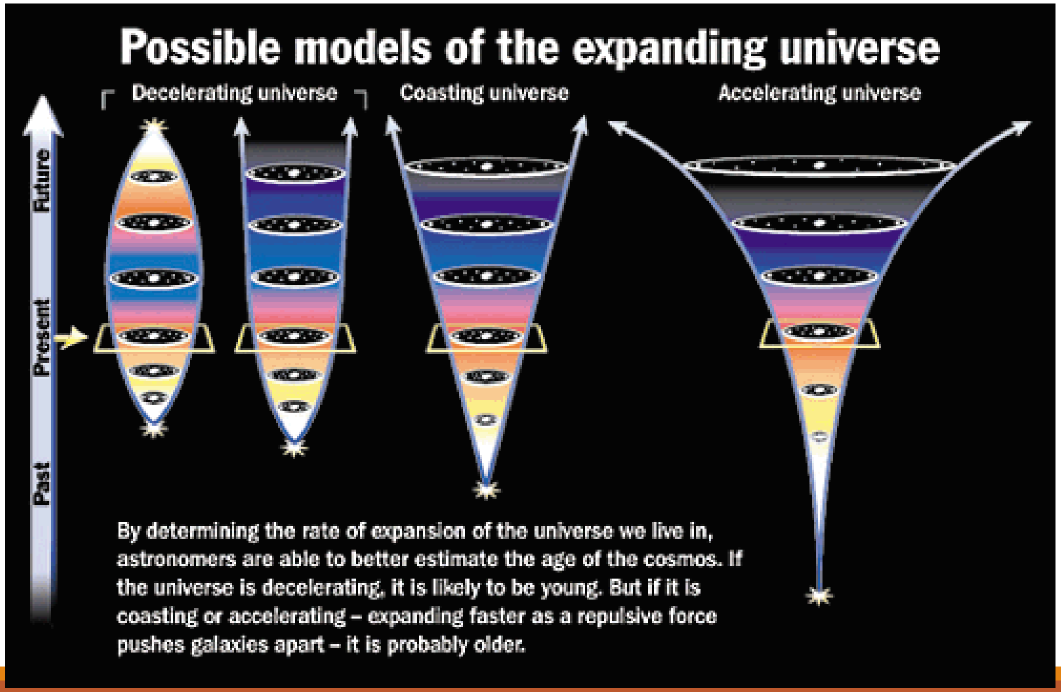
$$q \equiv -\frac{\ddot{R}}{H^2 R} = \frac{4\pi G}{3H^2}(\rho + 3p)$$

$$= \frac{\Omega_0}{2}(1+3\omega)$$

$$q = \frac{\Omega_0}{2}, \qquad DM$$

$$q = \Omega_0, \qquad DR$$

$$q = -\Omega_0, \qquad \Lambda$$



Edad del Universo

Partimos de la ecuación de Friedmann:

$$H^2 = \frac{8G\pi}{3}\rho - \frac{k}{R^2},$$

y de los valores de las densidades, de tal forma que:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R_0{}^3}{R^3}, \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R_0{}^4}{R^4},$$

respectivamente para DM, DR, Λ. Por lo que la ecuación de Friedmann para cada uno de estos casos es:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0\frac{R_0}{R} \qquad (MD)$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \qquad (RD)$$

Edad del Universo

Y usando el hecho de que:

$$\frac{k}{R_0^2} \equiv H_0^2(\Omega_0 - 1) \qquad\qquad \frac{R_0}{R} = 1 + z$$

Se tiene que la edad el Universo se calcula como (TAREA):

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-1}]^{1/2}} \qquad \text{(MD)}$$

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-2}]^{1/2}} \qquad \text{(RD)}$$

Edad del Universo

En el caso en que domina la materia:

$$\frac{k}{R_0^2} \equiv H_0^2(\Omega_0 - 1) \qquad \frac{R_0}{R} = 1 + z$$

Se tiene que la edad el Universo se calcula como (TAREA):

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-1}]^{1/2}} \qquad \text{(MD)}$$

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-2}]^{1/2}} \qquad \text{(RD)}$$

Edad del Universo

Partimos de la ecuación de Friedmann:

$$H^2 = \frac{8G\pi}{3}\rho - \frac{k}{R^2},$$

y de los valores de las densidades, de tal forma que:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R_0{}^3}{R^3}, \qquad \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R_0{}^4}{R^4},$$

respectivamente para DM, DR, Λ. Por lo que la ecuación de Friedmann para cada uno de estos casos es:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0\frac{R_0}{R} \qquad (MD)$$

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_0}\right)^2 + \frac{k}{R_0^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho_0\left(\frac{R_0}{R}\right)^2 \qquad (RD)$$

Edad del Universo

Y usando el hecho de que:

$$\frac{k}{R_0^2} \equiv H_0^2(\Omega_0 - 1) \qquad\qquad \frac{R_0}{R} = 1 + z$$

Se tiene que la edad el Universo se calcula como (TAREA):

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-1}]^{1/2}} \qquad \text{(MD)}$$

$$t \equiv \int_0^{R(t)} \frac{dR'}{\dot{R}'} = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{[1 - \Omega_0 + \Omega_0 x^{-2}]^{1/2}} \qquad \text{(RD)}$$

Edad del Universo

Cuando domina la materia y $\Omega_0 > 1$, se tiene que la integral anterior queda como:

$$t = H_0^{-1} \frac{\Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)^{3/2}} \times \left[\cos^{-1}\left(\frac{\Omega_0 z - \Omega_0 + 2}{\Omega_0 z + \Omega_0} \right) - \frac{2(\Omega_0 - 1)^{1/2}(\Omega_0 z + 1)^{1/2}}{\Omega_0 (1+z)} \right]$$

Y, considerando un corrimiento al rojo $z=0$, es decir actualmente, tenemos:

$$t_0 = H_0^{-1} \frac{\Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)^{3/2}} \times \left[\cos^{-1}(2\Omega_0^{-1} - 1) - \frac{2}{\Omega_0}(\Omega_0 - 1)^{-1/2} \right]$$

$$q_0 = \frac{\Omega_0}{2}, \qquad H_0 = 50 \frac{km/s}{Mpc} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} t_0 = 12.3 \times 10^9 \text{ años} \\ T_m = 218 \times 10^9 \text{ años} \end{cases}$$

Edad del Universo

Por otro lado, la integral MD puede escribirse como:

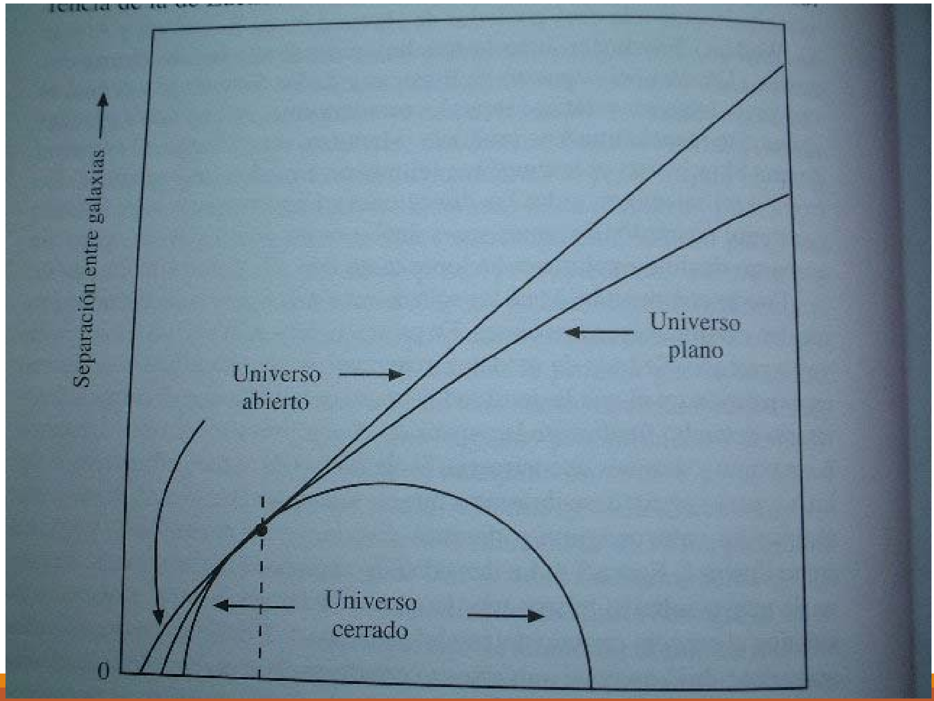
$$H_0 t = q_0 \left(2q_0 - 1\right)^{-\frac{3}{2}} \left(\theta - \sin\theta\right)$$

si se considera la sustitución:

$$1 - \cos\theta = (q_0 R_0)^{-1}(2q_0 - 1)R'$$

Finalmente, si combinamos las ecuaciones anteriores, podemos ver que son las ecuaciones paramétricas correspondientes a una cicloide

$$\begin{aligned} T_m &= \pi q_0 H_0 \left(2q_0 - 1\right)^{-\frac{3}{2}} \\ R(T_m) &= 2q_0(2q_0 - 1)^{-1} R_0. \end{aligned}$$



Edades del Universo

Cuando domina la materia y $\Omega_0 = 1$ y $q_0 = \frac{1}{2}$, se tiene que la integral DM queda como:

$$\frac{R(t)}{R_0} = \left(\frac{3H_0 t}{2}\right)^{2/3}$$

La cual, en función del corrimiento al rojo queda como:

$$t = \frac{2}{3} H_0^{-1} (1+z)^{-3/2}$$

Y, considerando un corrimiento al rojo $z=0$,
es decir actualmente y H_0 como antes:

$$t_0 = 13.3 \times 10^9 \text{años}$$


THANK
YOU
GRACIAS
ARIGATO
SHUKURIA
DANKSCHEEN
JUSPAXAR
TASHAKKUR ATU
YAQHANYELAY
SUKSAMA
EKHMET
GRAZIE
MEHRBANI
PALDIES
BOLZÏN
MERCI
BİYAN
SHUKRIA
TINGKI
GOZAIMASHITA
EFCHARISTO
KOMAPSUMNIDA
MAAKE
SPASSIBO
SNACHALHUYA
NUHUN
CHALTU
WABEEJA
MAITEKA
SPASIBO
DENKAUJA
NENACHALHYA
ATTO
UNALCHEESH
HUI
GUI
HATUR
EKOJU
SIKOMO
MAKETAI
MINMONCHAR
MERASTAWHY
GAEJTHO
TAVTAPUCH
MEDAWAGSE
AGUYJE
FAKAAUE
LAH
BAIKA
SANCO